

Le sfide dell'insegnamento-apprendimento della matematica in carcere

Riflessioni e proposte
per una didattica inclusiva

a cura di

Andrea Maffia e Luca Decembrotto



Edizioni ETS

Questo libro è stato finanziato dall'Unione Europea - NextGenerationEU a vale-re sul Piano Nazionale di Ripresa e Resilienza (PNRR) – Missione 4 Istruzione e ricerca – Componente 2 Dalla ricerca all'impresa - Investimento 1.1, Avviso Prin 2022 indetto con DD N. 104 del 2/2/2022, dal titolo "Learning Math in Prison", codice proposta 20223F9SRE - CUP J53D23011150001.

This work has been funded by the European Union - NextGenerationEU under the National Recovery and Resilience Plan (PNRR) - Mission 4 Education and research - Component 2 From research to business - Investment 1.1 Notice Prin 2022 - DD N. 104 del 2/2/2022, project "Learning Math in Prison", proposal code 20223F9SRE - CUP J53D23011150001.

© Copyright 2025
EDIZIONIETS

Palazzo Roncioni - Lungarno Mediceo, 16, I-56127 Pisa
info@edizioniets.com
www.edizioniets.com

Distribuzione

Messaggerie Libri SPA
Sede legale: via G. Verdi 8 - 20090 Assago (MI)

Promozione

PDE PROMOZIONE SRL
via Zago 2/2 - 40128 Bologna

ISBN 978-884677323-4

Il presente PDF con ISBN 978-884677346-3 in licenza **CC-BY-NC**



AUTRICI E AUTORI

GIUSEPPE BIANCO, PhD in Didattica della Matematica presso il Dipartimento di Matematica e Informatica dell'Università degli Studi di Palermo.

ELENA CAMILLETTI, docente di Matematica e Scienze presso il CPIA di Ancona.

ANTONIA CATALANO, docente di Matematica e Scienze presso il CPIA5 di Milano.

CHIARA CATENI, Presidente del Gruppo di Ricerca Matematica e Difficoltà e docente di Matematica e Scienze presso il CPIA 2 metropolitano di Bologna Eduard C. Lindeman.

LUCIO COTTINI, Professore Ordinario di Didattica e Pedagogia Speciale presso il Dipartimento di Studi Umanistici (DISTUM) dell'Università degli Studi di Urbino Carlo Bo. Membro dell'unità dell'Università degli Studi di Urbino Carlo Bo nel progetto LeMP.

LUCA DECEMBROTTO, PhD, Professore Associato di Didattica e pedagogia speciale presso il Dipartimento di Scienze dell'Educazione dell'Alma Mater Studiorum Università di Bologna. Responsabile dell'unità dell'Alma Mater Studiorum Università di Bologna nel progetto LeMP.

GIULIA DE ROCCO, PhD, assegnista di ricerca in Didattica e Pedagogia Speciale presso il Dipartimento di Scienze dell'Educazione dell'Alma Mater Studiorum Università di Bologna. Membro dell'unità dell'Alma Mater Studiorum Università di Bologna nel progetto LeMP.

BENEDETTO DI PAOLA, PhD, Professore Associato di Didattica della Matematica presso il Dipartimento di Matematica e Informatica dell'Università degli Studi di Palermo.

ENRICO ANGELO EMILI, PhD, Professore Associato di Didattica e Pedagogia Speciale presso il Dipartimento di Studi Umanistici (DISTUM) dell'Università degli Studi di Urbino Carlo Bo Responsabile dell'unità dell'Università degli Studi di Urbino Carlo Bo nel progetto LeMP.

CHIARA GIBERTI, PhD, ricercatrice in Didattica della Matematica presso il Dipartimento di Fisica, Informatica e Matematica dell'Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia. Responsabile dell'unità dell'Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia e Principal Investigator nel progetto LeMP.

ANDREA MAFFIA, PhD, Professore Associato di Didattica della Matematica presso il Dipartimento di Matematica dell'Alma Mater Studiorum Università di Bologna. Membro dell'unità dell'Alma Mater Studiorum Università di Bologna nel progetto LeMP.

VERONICA MANZONI, assegnista di ricerca in Didattica e Pedagogia Speciale presso il Dipartimento di Scienze dell'Educazione dell'Alma Mater Studiorum Università di Bologna. Membro dell'unità dell'Alma Mater Studiorum Università di Bologna nel progetto LeMP.

FEDERICA MENNUNI, PhD, assegnista di ricerca in Didattica della Matematica presso il Dipartimento di Matematica dell'Alma Mater Studiorum Università di Bologna. Membro dell'unità dell'Alma Mater Studiorum Università di Bologna nel progetto LeMP.

ELISA MIRAGLIOTTA, PhD, ricercatrice in Didattica della Matematica presso il Dipartimento di Matematica Felice Casorati dell'Università degli Studi di Pavia. Responsabile dell'unità dell'Università degli Studi di Pavia nel progetto LeMP.

ALESSIA MURATORI, dottoranda di ricerca in Didattica e Pedagogia Speciale presso il Dipartimento di Studi Umanistici (DISTUM) dell'Università degli Studi di Urbino Carlo Bo. Membro dell'unità dell'Università degli Studi di Urbino Carlo Bo nel progetto LeMP.

GABRIELLA POCALANA, PhD, assegnista di ricerca in Didattica della Matematica presso il Dipartimento di Matematica Felice Casorati dell'Università degli Studi di Pavia. Membro dell'unità dell'Università degli Studi di Pavia nel progetto LeMP.

SILVIA REGOLA, assegnista di ricerca in Didattica della Matematica presso il Dipartimento di Scienze Umane e Sociali dell'Università degli Studi di Bergamo. Membro dell'unità dell'Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia nel progetto LeMP.

ROBERTO SACCO, PhD, docente di Matematica e Scienze presso il CPIA5 di Milano.

GEORGE RICHARD PAUL SANTI, PhD, Professore Associato di Didattica della Matematica presso il Dipartimento di Matematica Felice Casorati dell'Università degli Studi di Pavia. Membro dell'unità dell'Università degli Studi di Pavia nel progetto LeMP.

AGNESE ILARIA TELLONI, PhD, ricercatrice in Didattica della Matematica presso il Dipartimento di Scienze della Formazione, dei Beni Culturali e del Turismo dell'Università degli Studi di Macerata. Responsabile dell'unità dell'Università degli Studi di Macerata nel progetto LeMP.

Indice

Introduzione al progetto LeMP	11
Luca Decembrotto, Enrico Angelo Emili, Chiara Giberti, Andrea Maffia, Elisa Miragliotta, George Richard Paul Santi, Agnese Ilaria Telloni	
PARTE 1 – Il contesto della scuola in carcere	15
1.1 La scuola in carcere: il contributo dei CPIA per il diritto all'istruzione	16
Luca Decembrotto, Giulia De Rocco	
1.2 L'insegnamento-apprendimento della matematica in carcere: riflessioni dalla letteratura	30
Alessia Muratori, Giulia De Rocco, Enrico Angelo Emili, Elisa Miragliotta, George Richard Paul Santi	
1.3 L'insegnamento-apprendimento della matematica in carcere: la prospettiva dei docenti	45
Federica Mennuni, Silvia Regola, Agnese Ilaria Telloni	
PARTE 2 – Le sfide didattiche	59
2.1 La diversità culturale e linguistica: risorsa od ostacolo nella didattica della matematica?	60
Giuseppe Bianco, Benedetto Di Paola	
2.2 Didattica della matematica inclusiva	69
Lucio Cottini, Enrico Angelo Emili, Alessia Muratori, Chiara Cateni	
2.3 La matematica della strada e la matematica della scuola	79
Andrea Maffia, Elena Camilletti	
2.4 Il laboratorio di matematica: un approccio vincente anche in carcere	89
Chiara Giberti, Roberto Sacco	

PARTE 3 – Proposte di progettazioni didattiche	99
3.1 Progettare Unità Didattiche di matematica per il contesto carcerario Veronica Manzoni, Gabriella Pocalana	100
3.2 Le operazioni tra aritmetica e algebra Silvia Regola, Roberto Sacco	114
3.3 L'insegnamento della geometria nella scuola: criticità, risorse e prospettive Federica Mennuni, Gabriella Pocalana	128
3.3.1 La geometria intorno a noi Antonia Catalano, Gabriella Pocalana	133
3.3.2 La scoperta del Tangram in carcere: un percorso per ripensare alla geometria tra manipolazione e modellizzazione Federica Mennuni, Chiara Cateni	143
3.4 “Posso dire la mia?": le sfide della statistica in carcere Elena Camilletti, Veronica Manzoni	157
BIBLIOGRAFIA	173

NOTA SULL'USO DEL LINGUAGGIO DI GENERE

Se l'inclusività esige la consapevolezza di cambiare sguardo e allargare lo stesso anche alle persone meno rappresentate, anche il linguaggio ha la necessità di accogliere le diversità senza discriminare.

Il libro si propone di adottare un linguaggio inclusivo, che metta la pluralità delle esperienze e dei vissuti al centro. In tutto il testo si è deciso di usare la doppia desinenza, maschile e femminile. Nei capitoli che riguardano le progettazioni si parlerà delle persone coinvolte al maschile: la scelta è consapevole perché le progettazioni sono state proposte a studenti in classi di sezioni maschili nelle diverse sedi carcerarie.



Per approfondimenti sul linguaggio inclusivo, si consiglia di consultare le Linee Guida per una comunicazione inclusiva redatte dal Gruppo di Lavoro Diversità, Equità e Inclusione del Dipartimento di Ingegneria “Enzo Ferrari” dell’Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia (2025) [ultima consultazione 29/08/2025].

https://www.ingmo.unimore.it/sites/dip02/files/2025-02/linee_guida_DE%261_DIEF_2025.pdf

I ricercatori e le ricercatrici del progetto LeMP desiderano esprimere un sincero ringraziamento a tutte le persone dei diversi CPIA italiani che hanno preso parte al progetto LeMP e a coloro che, con impegno e passione, hanno contribuito attivamente alle attività, condividendo la propria esperienza, il proprio lavoro e le proprie competenze.

Un ringraziamento speciale è rivolto alle dirigenti e ai dirigenti dei CPIA in cui sono state sperimentate le progettazioni didattiche per il loro prezioso supporto e la disponibilità dimostrata nel rendere possibile il lavoro sul campo, in particolare: Prof.ssa Sonia Maria Assunta Mastroleo (CPIA di Ancona), Prof. Emilio Porcaro (CPIA 2 metropolitano di Bologna "E. Lindeman"), Prof. Pietro Cavagna (CPIA 5 di Milano).

Il team del progetto LeMP intende inoltre ringraziare con particolare gratitudine tutte le docenti e tutti i docenti che hanno dedicato tempo, energie e competenze alle fasi di progettazione, sperimentazione e riprogettazione delle attività didattiche, contribuendo in modo fondamentale alla crescita del progetto. Un sentito grazie va anche a chi ha collaborato attivamente alla buona riuscita del percorso, offrendo supporto anche negli aspetti organizzativi e amministrativi.

In particolare, si ringraziano i docenti: Prof.ssa Paola Daniela Anatrà, Prof.ssa Patrizia Argenti, Prof.ssa Stefania Armati, Prof.ssa Elena Camilletti, Prof.ssa Antonella Catalano, Prof.ssa Chiara Cateni, Prof.ssa Novella Finotti, Prof. Luca Leccese, Prof. Marco Pelillo, Prof.ssa Benedetta Sabatini, Prof. Roberto Sacco e Prof. Sergio Vignoli.

Introduzione al progetto LeMP

Luca Decembrotto, Enrico Angelo Emili, Chiara Giberti,
Andrea Maffia, Elisa Miragliotta, George Richard Paul Santi,
Agnese Ilaria Telloni

Questo volume raccoglie le riflessioni emerse all'interno del progetto *Learning Math in Prison* (LeMP), svoltosi tra il 2023 e il 2025 grazie alla collaborazione tra diversi Centri Provinciali per l'Istruzione degli Adulti (CPIA) italiani¹ attivi negli istituti penitenziari e varie università². Il progetto si è posto come obiettivo principale quello di indagare e migliorare le pratiche di insegnamento della matematica nei contesti carcerari, attraverso un percorso condiviso di ricerca, progettazione didattica e formazione.

La scuola in carcere rappresenta un contesto particolare, dove i percorsi educativi si intrecciano con condizioni complesse e con vincoli organizzativi spesso rigidi. Le attività scolastiche rischiano di essere ostacolate da molteplici fattori: tempi discontinui, trasferimenti, limitazioni all'uso di strumenti tecnologici, difficoltà di accesso ai materiali. A questi ostacoli si aggiungono, da parte delle persone ristrette, storie scolastiche segnate spesso da insuccessi e/o discontinuità.

All'interno di questo quadro, l'insegnamento della matematica presenta una specificità: da un lato, la disciplina è percepita da molti studenti e molte studentesse in carcere come particolarmente difficile, spesso per precedenti esperienze scolastiche negative, dall'altro, la matematica può rappresentare un'opportunità di riscatto, uno spazio in cui sperimentare successo, logica e una forma di autonomia intellettuale. Proprio per questa sua natura ambivalente, l'educazione matematica

¹ CPIA di Ancona, CPIA 2 metropolitano di Bologna "E. Lindeman", CPIA di Ferrara, CPIA 5 di Milano, CPIA 6 interprovinciale di Rieti-Roma, CPIA "G. Foti" interprovinciale di Viterbo.

² Università degli Studi di Bergamo, Alma Mater Studiorum Università di Bologna, Università degli Studi di Macerata, Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia, Università degli Studi di Pavia, Università degli Studi di Urbino Carlo Bo.

in carcere merita una riflessione approfondita e mirata.

Il progetto LeMP è nato dalla constatazione della necessità, espressa direttamente da insegnanti che operano nelle scuole in carcere, di materiali didattici adatti al contesto e dalla richiesta di momenti di formazione e confronto con il supporto di una riflessione teorica specifica per il particolare contesto. Queste esigenze, raccolte e condivise in fase iniziale, hanno costituito il punto di partenza di un percorso di ricerca educativa di tipo progettuale (la cosiddetta *educational design research*), che ha coinvolto attivamente insegnanti, ricercatori e ricercatrici in tutte le fasi: dall'analisi del contesto e della (poca) letteratura disponibile alla progettazione congiunta di unità didattiche, dalla sperimentazione in aula, alla successiva riflessione collettiva.

Il volume documenta questo percorso nei suoi diversi aspetti. La prima parte introduce il contesto della scuola in carcere da più punti di vista, delineando le condizioni al contorno da cui il progetto stesso ha preso le mosse.

La seconda parte è composta da contributi tematici che affrontano questioni specifiche emerse come centrali nel corso del progetto. Si tratta di capitoli nati dal confronto tra ricercatrici, ricercatori e insegnanti (co-autori e co-autrici dei diversi capitoli), e che riflettono bisogni formativi condivisi. Tra i temi presentati: l'insegnamento-apprendimento della matematica in contesti multiculturali e multilinguistici, il rapporto tra inclusione e matematica, il laboratorio di matematica come metodologia didattica, la cosiddetta "matematica della strada".

La terza e ultima parte del volume presenta alcune unità didattiche, sviluppate nel corso del progetto attraverso cicli iterativi di elaborazione, messa in pratica e revisione. Tali materiali sono frutto del lavoro congiunto di ricercatrici, ricercatori e insegnanti di CPIA in diverse regioni italiane. Ogni unità didattica è descritta schematicamente e accompagnata da una riflessione contestuale che ne illustra le scelte metodologiche e le difficoltà documentate nelle osservazioni sul campo.

L'approccio metodologico adottato nel progetto LeMP ha privilegiato la costruzione condivisa di conoscenza, nella consapevolezza che non esistono soluzioni "standard" applicabili a ogni contesto. Ogni ambiente scolastico penitenziario ha le sue specificità e ogni insegnante agisce una professionalità che si costruisce in buona parte "sul campo", adattandosi a gruppi eterogenei e in continuo cambiamento. Per questo, più che fornire ricette pronte, il progetto ha voluto mettere a

disposizione dei principi di progettazione didattica esemplificati attraverso le unità didattiche presentate, ma che possono declinarsi in modi diversi per immaginare ulteriori percorsi.

Un aspetto non secondario del progetto è stato proprio il rafforzamento del dialogo tra il mondo accademico e quello scolastico. La collaborazione interistituzionale è stata fortemente desiderata nel tentativo di far emergere saperi e pratiche spesso poco visibili e di valorizzare l'esperienza concreta dei e delle docenti. Allo stesso tempo, il confronto con la letteratura scientifica ha offerto quadri teorici entro cui collocare le osservazioni e le proposte emerse.

Infine, è importante sottolineare che questo volume non è pensato solo come restituzione dei risultati del progetto LeMP, ma anche come punto di partenza per ulteriori percorsi di ricerca e formazione. Si rivolge in particolare a chi insegna matematica in contesti complessi – in carcere, ma anche in altri ambienti educativi segnati da fragilità sociali o culturali – con l'auspicio che possa offrire spunti, materiali e riflessioni utili nella pratica quotidiana. La speranza è che il lavoro svolto all'interno di LeMP possa alimentare un dibattito più ampio sul significato dell'educazione – e sull'educazione matematica in particolare – nei contesti di marginalità. Insegnare e imparare in carcere pone domande fondamentali sul ruolo della scuola, sull'equità educativa e sulle possibilità di apprendimento per tutte e tutti. In questo senso, questo volume vuole presentarsi come occasione per interrogarsi non solo su “come insegnare”, ma anche su “perché” e “per chi” si insegna matematica oggi.

I QR code inseriti all'interno del testo permettono di accedere ad approfondimenti online e, nel caso dei capitoli che compongono la terza parte del volume, consentono l'accesso a materiali ed esemplificazioni delle attività didattiche descritte.

PARTE 1

Il contesto della scuola in carcere

1.1 La scuola in carcere: il contributo dei CPIA per il diritto all'istruzione

Luca Decembrotto, Giulia De Rocco³

L'istruzione in carcere: cenni normativi

La storia della relazione tra educazione e carcere ha radici nel “Regolamento per gli istituti di prevenzione e di pena”, costola del Codice penale Rocco (1931). Rimasto operativo fino al 1975, è caratterizzato da una visione “moralizzatrice e paternalistica” dell'istruzione, dall'“obbligatorietà”, da un atteggiamento sanzionatorio e retributivo rispetto ai comportamenti delle persone detenute a fronte di una scarsa riflessione sulle responsabilità dell'istituzione – non prevedendo ad esempio l'impiego di personale specializzato per l'attività educativa e di istruzione (Decembrotto, 2024).

Nel 1975 viene promulgata la Legge sull'Ordinamento penitenziario (L. 354/1975), esito di un processo di riflessione che ha origine nel dibattito costituzionale (De Vito, 2009; Migliori, 2007). La legge introduce una visione rieducativa e risocializzante della pena, in linea con l'articolo 27 della Costituzione italiana, che afferma il fine rieducativo della pena. L'istruzione viene riconosciuta come diritto della persona detenuta e strumento fondamentale per il reinserimento sociale. L'Ordinamento penitenziario afferma la centralità “trattamentale” dei percorsi educativi e formativi, valorizzando la dimensione soggettiva dell'apprendimento e il principio di uguaglianza sostanziale, che vede lo Stato impegnato a ridurre le distanze tra le possibi-

³ Il capitolo è il risultato del lavoro congiunto dell'autrice e dell'autore. Per la stesura sono da attribuire a Giulia De Rocco il primo e secondo paragrafo, a Luca Decembrotto il terzo e quarto.

lità degli individui. Inoltre, introduce nella struttura organizzativa la presenza di personale qualificato e il coinvolgimento delle istituzioni scolastiche esterne, segnando un'apertura del carcere verso il territorio e promuovendo una maggiore integrazione tra sistema penitenziario ed educativo. Il legislatore individua alcuni strumenti privilegiati per assolvere all'obiettivo trattamentale, che deve essere flessibile e individualizzabile: il lavoro (art. 20, 21 bis, 22), la libertà di praticare il proprio culto religioso (art. 26), la possibilità di partecipare ad attività culturali, ricreative e sportive (art. 27), la possibilità di curare gli affetti famigliari (art. 28), il contatto con la comunità esterna (art. 17 e 78) e l'istruzione (art. 19). Ai fini della nostra riflessione, questi ultimi due punti sono centrali. Garantire la possibilità di accedere all'istruzione in carcere è centrale non solo per ciò che educazione ed istruzione effettivamente rappresentano in termini di possibilità di riprogettazione di sé e del proprio futuro (Decembrotto, 2024; Migliori, 2007; Zizioli, 2014), ma anche perché diventa un'occasione di relazione e scambio con il mondo fuori dal carcere. Pur essendo responsabilità diretta dell'equipe trattamentale, l'accesso ai diversi gradi di istruzione è garantito grazie alla collaborazione con enti e istituzioni scolastiche esterne: il territorio si occupa e si prende cura delle persone in carcere, le persone in carcere continuano ad avere la possibilità di partecipare alla vita sociale dei territori. L'articolo 19 specifica che la *condizione* delle persone detenute richiede un'attenzione particolare ai metodi didattici: “Negli istituti penitenziari la formazione culturale e professionale, è curata mediante l'organizzazione dei corsi della scuola d'obbligo e di corsi di addestramento professionale, secondo gli orientamenti vigenti e con l'ausilio di metodi adeguati alla condizione dei soggetti”. Entra poi nel merito di quelli che la legge considera gruppi sociali che hanno ulteriore necessità di attenzione: “Tramite la programmazione di iniziative specifiche, è assicurata parità di accesso delle donne detenute e internate alla formazione culturale e professionale. Speciale attenzione è dedicata all'integrazione dei detenuti stranieri anche attraverso l'insegnamento della lingua italiana e la conoscenza dei principi costituzionali”. Stabilisce che tutti gli ordini e gradi dell'istruzione devono essere accessibili per le persone detenute: “Con le procedure previste dagli ordinamenti scolastici possono essere istituite scuole di istruzione secondaria di secondo grado negli istituti penitenziari. Sono agevolati

la frequenza e il compimento degli studi universitari e tecnici superiori, anche attraverso convenzioni e protocolli d'intesa con istituzioni universitarie e con istituti di formazione tecnica superiore, nonché l'ammissione di detenuti e internati ai tirocini di cui alla legge 28 giugno 2012, n. 92". Infine, suggerisce la biblioteca come spazio privilegiato per lo studio: "È favorito l'accesso alle pubblicazioni contenute nella biblioteca, con piena libertà di scelta delle letture".

La fonte principale a cui l'Ordinamento penitenziario fa riferimento è la Costituzione, che con l'articolo 34 norma che "La scuola è aperta a tutti. L'istruzione inferiore, impartita per almeno otto anni, è obbligatoria e gratuita. I capaci e meritevoli, anche se privi di mezzi, hanno diritto di raggiungere i gradi più alti degli studi. La Repubblica rende effettivo questo diritto con borse di studio, assegni alle famiglie ed altre provvidenze, che devono essere attribuite per concorso". L'articolo 34 della Costituzione sancisce il diritto all'istruzione come diritto universale e gratuito, ponendo un'attenzione particolare all'uguaglianza delle opportunità e al sostegno dei soggetti in condizioni di svantaggio economico. All'interno del contesto carcerario, questo principio assume una valenza particolarmente rilevante: garantire l'accesso all'istruzione alle persone detenute non è solo un obbligo costituzionale, ma anche un mezzo fondamentale per l'inclusione, la costruzione di percorsi di autodeterminazione e il riconoscimento della dignità della persona in carcere (Caldin et al., 2013). In questo senso, l'istruzione in carcere non rappresenta un'eccezione o un privilegio, bensì un diritto da rendere effettivo con mezzi concreti, anche e soprattutto nei contesti di maggiore marginalità.

Anche la Dichiarazione Universale dei Diritti Umani definisce, nell'articolo 26, la centralità dell'accesso all'istruzione nella vita di ciascuno. Ribadisce che l'istruzione è essenziale per il pieno sviluppo della persona e la promozione di una cultura dei diritti, della tolleranza e del rispetto reciproco. In carcere, garantire l'accesso all'istruzione significa riconoscere la dignità delle persone e offrire strumenti concreti per la progettazione di sé, nonché di contesti sociali inclusivi.

Per completare una riflessione sulla normativa internazionale che sostiene e giustifica quella nazionale, è utile citare la Raccomandazione R (89)12 *Education in prison* dell'Unione Europea. Nonostante risalgano al 1989, queste linee guida rappresentano ancora una sfida da implementare negli istituti penitenziari in Italia ed in Europa. Sta-

biliscono che tutte le persone in carcere devono avere accesso a un'educazione completa e articolata, paragonabile a quella offerta all'esterno, comprendente istruzione scolastica, formazione professionale, attività culturali, educazione fisica e sociale, e l'uso della biblioteca. Le attività offerte dovrebbero tendere allo sviluppo integrale della persona, tenendo conto del suo contesto sociale e culturale. L'istruzione dovrebbe, inoltre, avere pari dignità rispetto al lavoro, senza penalizzazioni economiche. Questo prevede un ruolo centrale del personale penitenziario nel promuovere l'accesso all'istruzione, la necessità di metodologie didattiche ed educative adeguate alle persone adulte, l'attenzione a coloro che hanno difficoltà specifiche, e l'importanza di mantenere un legame con la comunità esterna.

Per concludere, emerge chiaramente come l'evoluzione normativa – dalla visione punitiva e paternalistica del regolamento del 1931 alla prospettiva rieducativa e inclusiva sancita dalla Legge 354/1975 – abbia progressivamente riconosciuto l'istruzione come diritto fondamentale anche in carcere. Tuttavia, il pieno riconoscimento di questo diritto richiede un impegno costante sul piano politico, amministrativo e culturale. Le norme esistono, ma spesso restano inattuata o parzialmente applicate. Raccogliere la sfida posta dalle raccomandazioni europee e dai principi costituzionali significa, oggi, investire in un sistema penitenziario che non sia solo contenitivo, ma capace di generare possibilità, relazioni e trasformazioni reali, restituendo alla persona detenuta la dignità e la possibilità di un futuro.

Prima della scuola: una lettura intersezionale dei dati

Il rapporto sulle condizioni di detenzione prodotto dall'Associazione Antigone (Miravalle & Scandurra, 2024), che da più di vent'anni entra negli Istituti di pena italiani per monitorare spazi, numeri e attività (giunto nel 2025 alla sua ventunesima edizione) evidenzia che le persone detenute che accedono allo studio in carcere sono in costante aumento. Questo pare essere dato soprattutto dall'incremento della presenza attiva di volontariato ed Istituti scolastici che lavorano per l'offerta formativa negli istituti di pena in Italia.

Tuttavia, a fronte di questo aumento delle opportunità educative, permane un elemento critico nei dati del Ministero della Giustizia relativi al titolo di studio delle persone detenute nel periodo 2005–2024:

una quota molto elevata di informazioni mancanti. In particolare, nel 2024 risultavano “non rilevati” i titoli di studio per circa 31.338 persone detenute su 61.861, ossia oltre il 51% del totale. Questo dato era elevato anche negli anni addietro, compromettendo la possibilità di descrivere in modo accurato la storia formativa della popolazione detenuta. Tale mancanza di rilevazione è da leggersi anche nei suoi effetti più concreti. Senza un’informazione sistematica e completa, risulta difficile progettare politiche educative efficaci, mirate ai reali bisogni delle persone detenute, nonché valutarne l’evoluzione nel tempo. Questa persistente lacuna informativa non può essere considerata neutra: segnala piuttosto una strutturale marginalizzazione della dimensione educativa nel sistema penitenziario italiano e una scarsa attenzione istituzionale ai percorsi soggettivi delle persone detenute. Tra coloro per cui il titolo di studio è noto, si osserva una predominanza di livelli scolastici medio-bassi: nel 2024, 17.824 avevano la licenza media inferiore, 4.715 la licenza elementare, 498 erano senza titolo e 790 risultavano analfabeti. Le fasce più alte dell’istruzione sono scarsamente rappresentate: solo 5.330 persone avevano un diploma di scuola superiore e appena 628 risultavano laureati.

Ai fini di interrogare i dati per meglio comprendere i bisogni educativi e i contesti da cui vengono le persone che possono frequentare la scuola in carcere, è interessante utilizzare la lente dell’intersezionalità. Si tratta di un paradigma di analisi sviluppato dalla giurista afroamericana Kimberlé Crenshaw (1989) per descrivere come le diverse forme di oppressione – come quelle basate su genere, razza, classe – non agiscano separatamente, ma si intreccino producendo forme specifiche e cumulative di discriminazione. Tale strumento di analisi permette di meglio comprendere non solo storie e vissuti delle persone che subiscono la carcerazione, ma anche come l’accesso (o l’esclusione) delle esperienze educative e formative in carcere sia condizionato da più assi di disuguaglianza. La scuola in carcere è ugualmente accessibile alle donne, agli uomini e alle persone trans? Alle persone razzializzate e/o con background migratorio? Alle persone cresciute in contesti caratterizzati da una scarsità di risorse economiche? Alle persone con disabilità? Rileggendo i dati con le lenti dell’intersezionalità emergono tre criticità. In primo luogo, non sono disponibili dati disaggregati per genere: le donne rappresentano circa il 4,3% della popolazione detenuta (Miravalle & Scandurra, 2024), ma non

è possibile sapere quale sia la loro effettiva partecipazione ai percorsi scolastici, se tali percorsi siano ugualmente disponibili per le donne o se invece le complicazioni logistiche disincentivano l'organizzazione dei corsi nelle sezioni femminili. Ancora più invisibili sono le persone transgender e non binarie, per cui non esistono rilevazioni ufficiali, alimentando una condizione strutturale di esclusione epistemica. In secondo luogo, è necessario interrogarsi sull'effettiva accessibilità dei percorsi formativi per le persone razzializzate, con background migratorio, per le quali l'italiano non è la prima lingua. Il problema non riguarda soltanto la "scuola dentro" il carcere, ma chiama in causa le diseguglianze strutturali della "scuola fuori". Chi arriva in carcere con un basso livello di istruzione, spesso ha vissuto un'esclusione prolungata dai circuiti educativi molto prima della detenzione. Come spiega bene la geografa critica Ruth Gilmore (2007), il carcere non è solo un luogo di reclusione, ma un dispositivo che assorbe e concentra gli effetti di altre forme di abbandono istituzionale, compreso quello scolastico. I dati sulla scolarizzazione in carcere non dovrebbero essere intesi soltanto come strumenti di monitoraggio e riorganizzazione interni, ma come occasioni per attivare una lettura critica della distribuzione diseguale delle risorse educative sui territori, con uno sguardo alla prevenzione dei reati. La marginalizzazione osservata in carcere riflette diseguglianze sistemiche che precedono – e in molti casi determinano – l'ingresso nel sistema penale.

L'apporto dei CPIA per il diritto allo studio in carcere

L'organizzazione dei percorsi formativi all'interno degli istituti penitenziari è stata coinvolta dalla riforma dell'istruzione degli adulti del 2012 (art. 1, DPR 263/2012), che ha attribuito la responsabilità della formazione iniziale ai Centri Provinciali per l'Istruzione degli Adulti (CPIA).

I CPIA nascono per raccogliere e rinnovare l'esperienza pluriennale dei Centri Territoriali Permanenti (CTP), istituiti nel 1997 con l'Ordinanza Ministeriale n. 455/1997, e si inseriscono in un percorso di lungo respiro volto alla valorizzazione dell'educazione degli adulti. Tale percorso affonda le sue radici nel 1973, anno in cui gli operai metalmeccanici ottennero il riconoscimento del diritto alla formazione della classe operaia, sancito dall'introduzione delle cosiddette "150

ore” di diritto allo studio. L’elemento di novità che distingue il CPIA dalle precedenti esperienze risiede nella loro struttura, trattandosi di istituzione scolastica autonoma, articolata in “reti territoriali di servizi” e dotata di un proprio assetto didattico e organizzativo. Ogni CPIA è guidato da un/a dirigente scolastico/a, dispone di docenti di scuola primaria e scuola secondaria, di una segreteria e di organi collegiali. I principali riferimenti normativi sono il DPR 263/2012, che definisce l’assetto organizzativo e didattico dei CPIA, e le Linee guida contenute nel Decreto Interministeriale n. 26 del 12 marzo 2015, che forniscono indicazioni operative per l’attuazione del nuovo ordinamento.

L’offerta formativa dei CPIA si sviluppa in tre percorsi didattici (art. 4, DPR 263/2012): a) percorsi di primo livello, articolati in due periodi di didattici, finalizzati al conseguimento del titolo di studio conclusivo del primo ciclo di istruzione (equivalente alla scuola primaria e secondaria di primo grado); b) percorsi di secondo livello, finalizzati al conseguimento del diploma di istruzione tecnica, professionale o artistica (tuttora realizzati dagli istituti scolastici secondari di secondo grado); c) percorsi di alfabetizzazione e di apprendimento della lingua italiana, finalizzati al conseguimento di un titolo attestante il raggiungimento di un livello di conoscenza della lingua italiana non inferiore al livello A2. Tali percorsi rispondono ai bisogni formativi di adulti (e giovani) italiani e di altre nazionalità, in un’ottica di *lifelong learning*, ponendo l’istituto scolastico dei CPIA come “soggetto culturale e presidio educativo nel territorio” (Floreancig, 2018). Infatti, dal momento in cui sono diventati operativi nell’anno 2014/2015, i CPIA si sono contraddistinti come contesti scolastici particolarmente complessi ed eterogenei, vere e proprie “scuole di confine” (Mussi, 2024), pensate per essere luogo di incontro anziché di separazione. Proponendo una alternativa al modello tradizionale scolastico della “scuola del mattino”, i CPIA si configurano come potenziali contesti scolastici di rinnovamento (Mussi, 2024), anche grazie alla possibilità di attuare forme di didattica flessibile, calibrate sui bisogni degli adulti (Malagnini & Deiana, 2023) e attente alle specificità della popolazione studentesca a cui si rivolgono.

L’unico dato ministeriale disponibile nel “Portale unico dei dati della scuola” riguarda il numero dei CPIA presenti sul territorio nazionale (130) e la loro distribuzione per area territoriale (Tabella 1).

Zona	CPIA	Percentuale
NORD OVEST	37	28.5%
NORD EST	23	17.7%
CENTRO	28	21.5%
SUD	27	20.8%
ISOLE	15	11.5%
TOTALE	130	100.0%

Tabella 1. Distribuzione per area territoriale dei CPIA nell'anno scolastico 2024/25 (Fonte: "Portale unico dei dati della scuola", MIUR. Data di consultazione: 29/05/2025)

In assenza di dati ufficiali, per definire le peculiarità della popolazione studentesca dei CPIA qui vengono richiamati i risultati di una ricerca INVALSI (Poliandri & Epifani, 2023), che nell'anno scolastico 2018/2019 ha coinvolto 109 CPIA su 131 attivi. L'indagine restituisce il profilo di una popolazione prevalentemente maschile (69,7%) e, in larga parte, con cittadinanza non italiana (71,2%). Sempre considerando l'intera popolazione studentesca che compone i CPIA, si osserva che il 52,6% è disoccupata, percentuale che sale a 55,7% considerando anche gli studenti e le studentesse NEET⁴; inoltre, il 46,5% degli studenti e delle studentesse parte da un basso livello di scolarizzazione e solo una piccola percentuale si trova in carcere (4,4%). A circa un terzo della popolazione studentesca (32,3%) i CPIA hanno riconosciuto un Bisogno Educativo Speciale (BES), perlopiù associando questa condizione ostacolante a uno svantaggio socioeconomico, linguistico, culturale (una delle categorie previste dalla Direttiva Ministeriale del 27 dicembre 2012). Al contrario, la presenza di studenti e studentesse con disabilità e disturbi specifici dell'apprendimento (DSA) con certificazione risulta minima o pressoché assente (0,4%). Nell'insieme, questi dati – pur con alcuni limiti, come la mancanza di completezza delle informazioni e la discontinuità nella raccolta – confermano che i CPIA operano in contesti ad alta complessità educativa, con studenti e studentesse le cui fragilità sono spesso riconducibili a condizioni di svantaggio sociale.

⁴ "Not in Education, Employment, or Training" (NEET).

Ciò solleva importanti interrogativi in merito alla formazione del personale docente e alla capacità del sistema scolastico di rispondere in modo efficace a bisogni, tanto eterogenei, di una popolazione giovane e adulta che vive, in diversa misura, una condizione di marginalizzazione. In questo senso, i CPIA svolgono un ruolo liminale chiave, soprattutto se si considera il potenziale trasformativo delle loro attività, sia sul piano individuale, sia su quello sociale. Basti pensare al loro contributo alla promozione dell'uguaglianza di genere o alla riduzione delle disuguaglianze sociali, in linea con due tra gli obiettivi dell'Agenda 2030 delle Nazioni Unite per lo Sviluppo Sostenibile.

Le informazioni sull'attività didattica in carcere sono poche e i dati del Ministero dell'Istruzione e del Ministero della Giustizia non coincidono, evidenziando la mancanza di coordinamento istituzionale. Quello dei dati, spiega Ada Maurizio (2021), "è un *vulnus* del sistema dell'istruzione in carcere che tradisce una debole governance da parte di entrambe le amministrazioni verso uno dei due pilastri del trattamento penitenziario" (p. 421).

Il problema si presenta a tutti i livelli: monitoraggi regolari sull'attività didattica in carcere, informazioni sul personale, sugli spazi e sulla strumentazione tecnologica, sull'uso didattico delle biblioteche, sui laboratori, sulla tipologia dell'offerta formativa, sulla presenza, la composizione e le attività della Commissione didattica, sul raccordo con la formazione professionale, sui percorsi di ampliamento dell'offerta formativa. Le ricerche spesso prendono in considerazione specifici contesti territoriali, a discapito di una prospettiva longitudinale; ciò che manca sono indagini più capillari, in grado di fornire dati continuativi capaci di rappresentare le sedi carcerarie dei CPIA nel contesto nazionale. In questo scenario di carenza di dati, appare interessante l'indagine qualitativa svolta da INDIRE sulla scuola in carcere (Cacchione, 2024), nella quale emerge il valore trasformativo delle proposte educative e didattiche dei CPIA che tengono conto dell'intero ventaglio di possibilità a disposizione dei CPIA (laboratori, incluso il teatro, biblioteche, ecc.).

Molti docenti si ritrovano a insegnare in carcere per caso oppure perché "attratti dall'idea che si possa vivere un'esperienza professionale più intensa e significativa" (Maurizio, 2021, p. 420). La dimensione della casualità nel percorso che conduce all'insegnamento nei CPIA – e, in particolare, negli istituti penitenziari – emerge anche in altre indagini, non necessariamente circoscritte al contesto carcerario (Gabrielli et al.,

2024). Questa circostanza solleva interrogativi importanti in merito alla preparazione richiesta per insegnare in contesti educativi complessi come quelli dei CPIA e, ancor di più, del carcere. In assenza di una formazione professionale adeguata, l'ingresso nel contesto detentivo può risultare particolarmente difficile, disorientante e perfino faticoso da interpretare. Del resto, gli aspetti normativi e procedurali che regolano l'ambiente penitenziario rappresentano spesso un ostacolo all'azione didattica (Di Rienzo & Serra, 2024). A complicare ulteriormente il quadro vi è il fatto che molte di queste regole non sono formalizzate, ma derivano da prassi consolidate, variabili da istituto a istituto, che chi insegna senza una formazione specifica fatica a riconoscere e rischia di interiorizzare in modo acritico. Eppure, nonostante queste difficoltà, tuttora non esiste una preparazione specifica per l'insegnamento in carcere, sebbene non manchino studi e ricerche che abbiano esplorato le competenze necessarie (Benelli, 2008; Di Rienzo & Serra, 2024; Lizzola et al., 2017; Migliori, 2007; Zizioli, 2014).

L'apprendimento durante la privazione della libertà: i nodi irrisolti

La letteratura scientifica restituisce un quadro articolato del ruolo della scuola all'interno dei contesti detentivi. Questa viene descritta a più riprese come una realtà "prigioniera" (Lizzola et al., 2017) o "incarcerata" (Benelli, 2020), evidenziando i vincoli stringenti imposti dalle logiche trattamentali e securitarie, che si riversano sulle pratiche didattiche e sulle relazioni vissute all'interno della scuola. Tali condizioni non solo limitano il suo potenziale educativo, ma contribuiscono anche a definire le sfide strutturali e culturali con cui essa stessa, e non solo i suoi studenti e studentesse, è chiamata a confrontarsi.

Si presentano di seguito tre punti di riflessione, non esaustivi, che possono contribuire alla riflessione sulla presenza della scuola in carcere e sul senso dell'apprendimento durante la restrizione della libertà.

L'inquadramento dell'istruzione

Come indicato nel primo paragrafo di questo capitolo, in carcere l'istruzione è considerata uno degli elementi del "trattamento" rieducativo delle persone condannate (art. 15, O.P.) e, come tale, fa parte del "programma trattamentale". Si tratta di un elemento di criticità, se si considera quanto riconosciuto dalla Costituzione italiana (art. 34) e

dalla Dichiarazione universale dei diritti umani (art. 26). Le due prospettive non sono, infatti, sullo stesso piano: da una parte c'è l'istruzione come diritto fondamentale, da garantire e non subordinare ad altre logiche; dall'altra, c'è una prospettiva che finalizza l'istruzione e l'educazione degli adulti ad altro, cioè al trattamento rieducativo, potendo subordinarla a certi requisiti. Come ricorda Daniela Ronco (2016), se studiare in carcere è un diritto, le azioni concrete per garantire quel diritto rimangono un beneficio. Invero, l'Ordinamento penitenziario ricorda che a "ogni persona privata della libertà sono garantiti i diritti fondamentali" (art. 1, comma 3), ma questo – almeno finora – non è stato sufficiente a disambiguare questo aspetto. Spesso prevalgono altre logiche, non necessariamente scritte, che vanificano la portata di quel che può essere l'educazione per gli adulti.

È una questione che si ripercuote anche nei documenti ufficiali. Per le Linee guida contenute nel Decreto Interministeriale n. 26 del 12 marzo 2015, che definiscono il campo d'azione didattica dei CPIA, i percorsi di istruzione degli adulti in carcere "sono finalizzati a rieducare il detenuto alla convivenza civile attraverso azioni positive che lo aiutino nella ridefinizione nel proprio progetto di vita e nell'assunzione di responsabilità verso se stesso e la società, tenuto conto che l'istruzione costituisce il presupposto per la promozione della crescita culturale e civile del detenuto e la base necessaria alla sua formazione professionale, tecnica e culturale" (par. 3.6).

Tuttavia, da questa interpretazione derivano una serie di problemi. Innanzitutto, di importanza: anche se dovrebbe essere una priorità fondamentale, nella pratica l'educazione in carcere si riduce spesso a un'attività marginale e mediocre (Decembrotto, 2024). Se l'istruzione è considerata uno dei suoi elementi, allora potrà essere essa stessa non prioritaria. In questo senso, la subordinazione generata da questa interpretazione "alterata" non si applica solo alla singola persona detenuta, ma alla comunità scolastica nel suo insieme, la quale può ritrovarsi a essere limitata nella propria pianificazione e azione didattica. Ne è stato un esempio evidente la sospensione netta, prolungata e ripetuta di ogni attività avuta durante la pandemia (Decembrotto, 2020), un periodo privo di alternative, nonostante queste fossero già state previste da tempo (si veda la Circolare del 2 novembre 2015 "Possibilità di accesso ad Internet da parte dei detenuti").

Un ulteriore problema è dato dall'interferenza che questo inquadra-

mento dell'istruzione può generare nella relazione docente-studente e, più in generale, nell'approccio più o meno libero, più o meno genuino che chi studia ha nei confronti della scuola, sapendo che la sua presenza, la sua partecipazione, il suo "rendimento" scolastico e ogni altro aspetto di quella esperienza potrebbe influire sul percorso detentivo (es. facilitando l'accesso a misure alternative, a sconti di pena, ecc.).

Infine, un tale inquadramento apre alla questione delle finalità dell'istruzione in carcere.

La finalità dell'istruzione e dei processi di apprendimento

Il diritto allo studio rende tangibile la sfida dell'emancipazione e offre la possibilità di trasformare la pena in una reale opportunità formativa (Zizioli, 2014; Zizioli & Colla, 2016), modificando il tempo della pena privo di stimoli, "sottratto alla vita" e, sostanzialmente, di attesa, in un tempo per l'apprendimento (Zizioli, 2014). Per la Dichiarazione universale dei diritti umani, l'istruzione è "indirizzata al pieno sviluppo della personalità umana e al rafforzamento del rispetto dei diritti umani e delle libertà fondamentali" (art. 26, comma 2). L'intento di promuovere uno sviluppo trasversale di tutte le dimensioni umane comprende l'acquisizione dell'autonomia, della capacità critica e la possibilità di autodeterminarsi. Questi obiettivi appaiono coerenti con l'attuale formulazione dell'Ordinamento penitenziario, secondo cui il trattamento "si conforma a modelli che favoriscono l'autonomia, la responsabilità, la socializzazione e l'integrazione" (art. 1, comma 1). Tuttavia, le pratiche penitenziarie risultano ancora distanti da questa visione.

L'emancipazione risulta strettamente legata all'educazione come pratica critica, in linea con il pensiero di Paulo Freire, per il quale apprendere significa acquisire strumenti per leggere e trasformare la realtà (Freire, 2011). Assumere questa prospettiva implica la costruzione di occasioni o percorsi educativi che, accanto all'offerta di contenuti teorici, favoriscano la consapevolezza della propria condizione (coscientizzazione) e la messa in discussione di questa attraverso strumenti di riflessione critica, veicolati dal confronto con gli altri. In questo modo è possibile problematizzare la dialettica oppressori-oppressi, che ognuno può sperimentare in forme diverse a seconda dei contesti di vita, aprendo la strada a pratiche di liberazione capaci di spezzare la spirale di disumanizzazione legata alla subalternità e ai rapporti di violenza. Attraverso questo approccio educativo (inteso come pratica della

libertà), si alimenta un processo di crescita personale e collettiva, che rafforza la consapevolezza di sé, del proprio modo di agire e pensare, del ruolo attivo che ciascuno può esercitare nella società (Catarci, 2016).

Adottare un approccio educativo autenticamente emancipatorio in un contesto detentivo richiederebbe la possibilità di attuare ciò che Piero Bertolini definisce attraverso il concetto di “dilatazione del campo di esperienza”: occasioni in cui sia possibile vivere esperienze di “segno diverso” rispetto a quelle fino a quel momento sperimentate (Bertolini & Caronia, 1993), ovvero l’incontro con esperienze nuove, diverse e significative in grado di espandere l’orizzonte di vita di una persona, permettendo l’emersione di uno sguardo nuovo su di sé e sul mondo. In altri termini, in grado di incoraggiare e sollecitare un’apertura al cambiamento che non è imposto dall’esterno, ma nasce direttamente dalla persona.

Al contrario, prendere in considerazione la finalità “rieducativa” dell’istruzione apre a una serie di problemi, il più evidente dei quali è l’acquisizione acritica di un mandato, quello del reinserimento sociale, che non è realmente esercitato in carcere. Sono, infatti, altre le finalità percepite come prioritarie, tra cui quella punitiva (si pensi alla questione del sovraffollamento) e quella securitaria. In questa prospettiva, apprendere assume altri significati, spesso non esplicitati, come disciplinare, facilitare il controllo e mantenere la tranquillità dell’istituzione.

I rapporti tra istituzioni pubbliche

In carcere la scuola rappresenta uno spazio e un’occasione di incontro da due istituzioni pubbliche, tra loro paritarie, con competenze distinte. I CPIA sono responsabili dell’organizzazione didattica e dello svolgimento dei corsi, mentre le direzioni degli istituti penitenziari forniscono i locali e le attrezzature necessarie (art. 41, comma 3, DPR 230/2000). I loro rapporti sono ulteriormente definiti dal protocollo d’intesa tra Ministero dell’Istruzione e del merito e Ministero della Giustizia, “Prosecuzione del Programma speciale per l’istruzione e la formazione negli Istituti penitenziari e nei Servizi Minorili della Giustizia”, sottoscritto il 27 novembre 2023.

Lo spazio istituzionale deputato al confronto tra le due istituzioni è la commissione didattica (art. 41, comma 6, DPR 230/2000), che ha compiti consultivi e propositivi, nonché funzioni di programmazione e di elaborazione del progetto annuale o pluriennale di istruzione. Ne

fanno parte il direttore o la direttrice dell'istituto penitenziario, il o la responsabile dell'area trattamentale e i e le docenti. Tale composizione risente del tempo trascorso dalla sua istituzione, durante il quale il sistema dell'istruzione degli adulti è stato riformato (DPR 263/2012). Un esempio emblematico di questa distanza normativa è l'assenza formale del dirigente scolastico del CPIA. Inoltre, nella prassi, la commissione didattica è spesso non costituita o, se esistente, convocata solo sporadicamente. L'assenza di un confronto strutturato tra scuola e amministrazione penitenziaria non solo riduce le possibilità di una progettazione condivisa, centrata sui bisogni educativi degli studenti e delle studentesse alla pari della popolazione studentesca delle altre sedi dei CPIA, ma ha un impatto anche sulle occasioni di confronto per un reale cambiamento istituzionale. Sebbene l'intenzione dei due ministeri espressa nel protocollo d'intesa del 2023 sia quella di creare le basi per questo confronto, ad esempio attraverso occasioni di aggiornamento e formazione congiunta del personale (art. 1, punto 5.i) su temi di comune interesse come il progetto di vita o il Patto formativo individuale, queste non trovano riscontro nelle pratiche.

Da qui la necessità di moltiplicare le occasioni che permettano a chi insegna di riflettere sulla complessità del contesto penitenziario e sulle modalità didattiche più efficaci per rispondere ai bisogni formativi, di accessibilità e partecipazione, delle persone che si trovano in carcere.

1.2 L'insegnamento-apprendimento della matematica in carcere: riflessioni dalla letteratura

Alessia Muratori, Giulia De Rocco, Enrico Angelo Emili,
Elisa Miragliotta, George Richard Paul Santi

Introduzione

Il presente capitolo mostra gli esiti di una revisione sistematica della letteratura, seguendo le linee guida della metodologia PRISMA – *Preferred Reporting Items for Systematic reviews and Meta-Analyses* (Moher et al., 2009) – utilizzata per sondare, tramite motori di ricerca in database scientifici, tutte le pubblicazioni indicizzate a livello internazionale. Si è scelto di adottare tale criterio di ricerca poiché, in una prima fase esplorativa condotta con gli insegnanti delle carceri di Bologna (Maffia & Decembrotto, 2022), è emersa un'importante carenza di occasioni formative e di spazi di riflessione su posture e strumenti specifici da adottare per l'insegnamento in un contesto complesso come quello carcerario. Tra tutte le materie, infatti, la matematica emerge con il suo ruolo peculiare: un oggetto di studio impegnativo con un importante potenziale formativo (ad esempio, il pensiero riflessivo autonomo, l'argomentazione e la dimostrazione) che è un requisito essenziale per gli studi futuri e le posizioni lavorative tecnico-scientifiche.

In questo scenario, è urgente riflettere sullo stato attuale della ricerca in didattica della matematica su questo tema, prima di progettare qualsiasi intervento didattico.

Dall'analisi condotta attraverso la metodologia PRISMA sono risultati eleggibili 17 articoli; nel seguito saranno presi in considerazione quelli di maggior interesse per il presente contributo.

Lo scopo del capitolo è quello di mostrare buone prassi emerse dalla letteratura scientifica e riflessioni sugli aspetti affettivo-relazionali ed inclusivi dell'apprendimento della matematica.

Disposizione emotiva, competenza percepita e visione della matematica

Quando si parla di insegnamento della matematica in carcere (ma non solo), è utile una riflessione su quale sia la relazione degli studenti e delle studentesse in carcere con la disciplina. In contesti educativi non tradizionali, come il carcere, tale relazione tra la percezione della disciplina e i vissuti personali si manifesta in modo particolarmente evidente, giacché spesso succede di avere classi formate da persone che hanno un'esperienza scolastica difficile alle spalle. In questa prospettiva, il contributo teorico di Di Martino e Zan (2010; 2011) offre una chiave di lettura interessante, proponendo uno strumento di analisi dell'atteggiamento degli studenti e delle studentesse verso la matematica articolato in tre dimensioni interdipendenti: disposizione emotiva, competenza percepita e visione della matematica. La disposizione emotiva (positiva o negativa) si riferisce alle emozioni (ansia, frustrazione o soddisfazione) che accompagnano il rapporto con la disciplina e ne condizionano l'approccio. La competenza percepita (alta o bassa) riguarda la convinzione soggettiva di possedere o meno le capacità per affrontare contenuti matematici. Infine, la visione della matematica (strumentale/procedurale o relazionale/concettuale) indica l'immagine che ciascuno ha della disciplina stessa: se venga vista come un sapere rigido e fatto da procedure da conoscere e ripetere a memoria, oppure come una rete di idee interconnesse di cui si conoscono le ragioni e che diventano strumenti utili, flessibili ed eventualmente applicabili alla vita quotidiana. Questa struttura tripartita consente di analizzare in modo articolato come la matematica venga vissuta, interpretata e interiorizzata da chi ne fa esperienza, soprattutto in contesti marginalizzati o segnati da forme di esclusione.

Alcuni studi sull'insegnamento della matematica in carcere, tra quelli intercettati da questa rassegna, mostrano che chi studia in carcere si avvicina alla disciplina con un bagaglio emotivo fortemente negativo (Ahl & Helenius, 2020; Chrysikou et al., 2023; Hassi et al., 2010; Kilgore, 2011; Stathopoulou et al., 2024). Esperienze scolastiche pregresse spesso caratterizzate da fallimenti ripetuti contribuiscono a costruire una percezione della matematica come fonte di ansia, paura e frustrazione. Questi atteggiamenti possono essere trasformati attraverso pratiche educative che valorizzano la dimensione comunitaria

e relazionale dell'apprendimento. In diversi studi, infatti, il ruolo del gruppo dei e delle pari emerge come elemento chiave nel promuovere cambiamenti emotivi positivi (Byrne & Carr, 2015; Meira & Fantinato, 2015). Il supporto tra pari crea un clima di fiducia che facilita la partecipazione attiva e l'apertura al confronto, diventando ancora più importante degli esiti di prove, scritte o orali, nelle quali la validazione è a carico solo dell'insegnante (Stathopoulou et al., 2024).

Anche la percezione della propria competenza gioca un ruolo centrale nel modo in cui la matematica viene vissuta. Molti studenti e molte studentesse considerano sé stessi/e non abbastanza capaci di apprendere. Quando l'insegnamento è strutturato in modo da rispettare i tempi e le modalità di apprendimento individuali e collettivi, emergono segnali di cambiamento. Emblematici sono i casi di studenti e studentesse che si pongono inizialmente con reattività e diffidenza e che poi, grazie a contesti didattici più flessibili e mediati dalla tecnologia, sviluppano maggiore pazienza, riflessione e motivazione intrinseca (Stahl, 2011). Interventi didattici mirati possono quindi contribuire non solo a colmare lacune disciplinari, ma anche a ridefinire l'immagine di sé in relazione alla matematica. Sistemi di apprendimento basati sulla padronanza, che consentono di ripetere le prove e di procedere per gradi, rafforzano la fiducia e l'autonomia, favorendo anche una ristrutturazione dell'atteggiamento verso la disciplina. La dimensione relazionale dell'insegnamento, quando concepita come costruzione condivisa di significati in spazi comuni, rafforza questa trasformazione, promuovendo un senso di appartenenza e di agency epistemica – la possibilità, cioè, di riconoscersi come soggetti legittimi nel produrre e condividere la conoscenza (Chryssikou et al., 2023; Hassi et al., 2010; Kilgore, 2011).

La terza dimensione proposta da Di Martino e Zan (2010; 2011), ovvero la visione della matematica, si rivela particolarmente problematica nei contesti carcerari, caratterizzati da una generalizzata spoliazione della quotidianità e dei suoi apprendimenti. Per intervenire sulla percezione della matematica, presentata in molti casi come procedurale e distante dalla realtà quotidiana, è necessario che i dispositivi didattici si radichino sempre meglio al contesto. Ancorando la matematica a elementi della quotidianità concreti e familiari, come gli spazi e i numeri della detenzione, gli elementi materiali visibili nelle classi e i ricordi di casa mostrano un potenziale trasformativo notevole (Pérez, 2021). La matematica può diventare uno strumento accessibile e utile.

Approcci partecipativi, in cui studenti e studentesse sono coinvolti/e come co-ricercatori e co-ricercatrici nella risoluzione di problemi autentici, contribuiscono a ridefinire la disciplina come parte integrante dell'esperienza umana, e non come sapere elitario.

Quando la matematica viene insegnata in modo sensibile ai vissuti emotivi, rispettosa delle traiettorie personali e capace di rinegoziare il significato stesso della disciplina, essa può divenire uno spazio privilegiato di trasformazione, personale e collettiva. Tuttavia, tale potenziale è ancora limitato da barriere strutturali significative: curricula rigidi, carenze infrastrutturali e scarso accesso alla tecnologia continuano a ostacolare il pieno sviluppo di un'educazione matematica realmente emancipativa. In questa direzione, una riflessione sulla didattica inclusiva si fa urgente.

Universal Design for Learning: una cornice di riferimento per la partecipazione

Come si avrà modo di approfondire nel Capitolo 2.2, uno dei framework di riferimento per una progettazione didattica inclusiva che tenga conto e valorizzi tutte le differenze, rimuovendo al contempo le barriere all'apprendimento, è l'*Universal Design for Learning* (UDL) (CAST, 2024). Esso, al pari di una bussola, ha il fine di supportare il corpo docente nella progettazione, a priori (prima di entrare in classe), di un curriculum flessibile, motivante, coinvolgente e accessibile. Nel Dizionario di Pedagogia Speciale l'UDL viene definito come un "approccio alla progettazione didattica [...] che riconosce le differenze individuali nell'apprendimento come la norma e pone la flessibilità e la molteplicità alla base dell'offerta formativa affinché questa nasca, fin dall'inizio, con una pluralità di opzioni personalizzabili" (Demo, 2019, p. 365). In questa cornice di riferimento, chi studia diviene maggiormente consapevole del proprio apprendimento e coinvolto nella scelta di un ventaglio flessibile di opzioni legate a tre dimensioni.

- Il "cosa" dell'apprendimento (forme di rappresentazione dei saperi). Occorre prevedere molteplici rappresentazioni delle informazioni per garantire a tutte e tutti l'accesso, nonché favorire le connessioni logiche tra concetti. Ad esempio, si predispongono materiali di studio flessibili, chiari, fruibili e ad alta leggibilità.

- Il “come” dell’apprendimento (forme di comunicazione-espressione di quanto si sta apprendendo o si è appreso). Ogni persona preferisce interfacciarsi con l’ambiente ed esprimere ciò che sa con modalità e strumenti differenti. In questa dimensione rientrano anche le funzioni esecutive.
- Il “perché” dell’apprendimento (forme di coinvolgimento e motivazione). Tali aspetti, strettamente correlati all’impegno e all’interesse, favoriscono l’aumento del grado di persistenza nel raggiungere un obiettivo, migliorando al contempo le capacità di autoregolazione. Naturalmente, occorre sincerarsi che tutte e tutti abbiano ben chiari gli obiettivi che stanno perseguendo con il supporto, orientato a ridursi, delle/dei docenti.

Il tutto si realizza all’interno di un contesto inclusivo e motivante per ognuna e ognuno. In altre parole, tenendo in considerazione tutte le differenze che compongono un ambiente di apprendimento, occorre garantire a ciascuno e ciascuna di poter accedere ai contenuti didattici (multimediali/multimodali, flessibili e fruibili), poter dimostrare quanto appreso e ad incentivare la stimolazione e la motivazione con compiti significativi (ad esempio compiti di realtà), sfidanti ma alla portata, ovvero all’interno della zona di sviluppo prossimale e potenziale.

Inclusività in carcere

Benché nella letteratura selezionata per la presente ricerca non siano stati trovati riferimenti espliciti specifici all’UDL o all’accessibilità dei materiali e dei contenuti presentati, si è cercato di rintracciare alcuni elementi di attenzione. In quasi tutti gli studi si evince un’attenzione all’individuazione dei livelli di partenza di studenti e studentesse per generare percorsi personalizzati; poi però il contesto carcerario, caratterizzato da rapida mutevolezza nei partecipanti ai corsi, e il numero ristretto di risorse per l’insegnamento non permettono una reale personalizzazione dei percorsi.

Un’attenzione alla personalizzazione viene mostrata nel lavoro di Byrne e Carr (2015): gli autori affermano di aver utilizzato differenti strategie per incoraggiare gli studenti a riflettere e condividere le proprie esperienze, anche se non specificano quali. Nello studio, gli studenti sono stati motivati ad autovalutarsi, riflettendo così sul proprio

percorso di apprendimento in ottica metacognitiva. Anche nello studio di Chryssikou et al. (2023) si fa riferimento all'importanza di personalizzare l'apprendimento della matematica in carcere e, in questo caso, si suggerisce la creazione di piccoli gruppi o piccole classi. Il numero contenuto permette infatti al docente di prestare maggiore attenzione alle necessità individuali dei soggetti.

Nell'articolo di Kilgore (2011) si fa riferimento a studenti con ADHD (Disturbo dell'attenzione e iperattività) o disturbo bipolare o con memoria molto labile a causa di abuso di sostanze; per questi, l'autore dice di aver ripetuto più volte e in diverse giornate i contenuti delle sue lezioni per permetterne una migliore comprensione e memorizzazione. Inoltre, si sottolinea l'importanza di negoziare i contenuti e gli obiettivi con studenti, tarandoli sulle loro esperienze pregresse, enfatizzando il coinvolgimento tramite attività pratiche in piccoli gruppi e collegando le materie con questioni legate alla quotidianità. Concordando le tappe del proprio apprendimento e stabilendo regole di collaborazione reciproca, il docente ha notato un maggior coinvolgimento da parte dello studente e un clima di maggior apertura. Dividere la classe in piccoli gruppi ha permesso al docente di seguire i vari livelli di apprendimento degli studenti, favorendo la collaborazione tra pari (peer tutoring) e l'aiuto individuale, creando un ambiente di lavoro positivo e collaborativo.

La ricerca di Ahl e colleghi (2017) affronta lo studio di un singolo studente detenuto con un disturbo del comportamento e relativa difficoltà di controllo del proprio rapporto con il docente e con il senso di frustrazione derivato dalle difficoltà nell'apprendimento della matematica. Per tale studente il percorso di insegnamento a distanza ha permesso di rapportarsi col docente in maniera virtuale, tramite lo scambio di un quaderno per esercizi, e si sono evidenziati miglioramenti nella gestione del feedback negativo e della frustrazione, evitando il contatto diretto col docente. Tale strategia potrebbe essere di supporto per coloro che non possono seguire le lezioni in aula o che mostrano particolare difficoltà nella gestione del proprio comportamento, mantenendo possibile un "filo" che li lega al docente, tramite scambio di attività ed esercizi tramite un taccuino personale.

Da quanto emerge dalla letteratura non è quindi possibile trarre forti evidenze di una attenzione all'accessibilità e all'inclusività delle proposte didattiche in contesti carcerari. Tuttavia, questa predisposizione del

o della docente all'accessibilità delle proposte formative è fondamentale, specialmente in un contesto in cui ogni persona porta con sé vissuti scolastici e personali pregressi differenti e necessita quindi di modalità di fruizione dei contenuti didattici, di espressione delle proprie competenze e di coinvolgimento differenti, proprio come indicato nel framework dell'UDL.

Strategie didattiche per l'apprendimento significativo della matematica in carcere: alcune esperienze didattiche dal contesto internazionale

Questo paragrafo presenta alcuni principi di base ed esempi di buone pratiche per l'insegnamento della matematica nel contesto carcerario, sulla base dell'analisi degli studi internazionali finora condotti. La letteratura scientifica evidenzia tre aspetti che concorrono a buone pratiche di insegnamento della matematica in carcere: la visione della matematica, alcuni principi didattici di riferimento e l'attenzione alla dimensione socioculturale e alla biografia personale di studenti e studentesse. Per quanto riguarda il primo aspetto, è utile sfruttare la distinzione tra visione strumentale e relazionale della matematica (Skemp, 1976). La visione strumentale riflette l'idea che matematica sia fatta di procedure e algoritmi da eseguire acriticamente, un insieme di "regole senza ragioni" (Skemp, 1976) in cui il prodotto ha un ruolo centrale; al contrario, la visione relazionale mette al centro i processi che caratterizzano il pensiero matematico e stabiliscono connessioni tra le idee e le relazioni matematiche. Queste due visioni sono strettamente legate al successo in matematica (Di Martino & Zan, 2011; Zan & Baccaglioni-Frank, 2017): gli interventi educativi che promuovono una visione relazionale della matematica favoriscono un atteggiamento più positivo in matematica legato alle emozioni e alla competenza percepita. Questo è vero anche nel contesto carcerario (Ahl et al., 2017). Diverse esperienze didattiche documentate dalla ricerca hanno lavorato sulla promozione di una visione e comprensione relazionale della matematica. Alcuni adottano un approccio etnomatematico (Gomes & Caldeira, 2014; Meira & Fantinato, 2015; Stathopoulou et al., 2024) in cui si mantiene alta l'attenzione alla relazione tra la matematica e il contesto culturale e sociale in cui essa viene sviluppata e praticata (D'Ambrosio, 2002), anche proponendo traiettorie di apprendimento che promuovono un movimento dall'astratto

al concreto (Braga & da Rosa, 2022), in una prospettiva vygotkiana. Vedremo esempi di questi studi nel seguito.

Le ricerche condotte in Svezia da Ahl (2019) rileggono il pensiero e l'apprendimento matematico alla luce dei campi concettuali di Vergnaud (2009): gli studenti sono coinvolti in attività che prevedono la risoluzione di problemi e situazioni complesse, per le quali è necessario mobilitare concetti, procedure e rappresentazioni diverse, ma strettamente interconnesse attraverso il concetto di proporzionalità. È importante notare come, in contesto penitenziario, l'apprendimento della matematica sia vissuto prevalentemente in modo strumentale, sebbene in senso più ampio. Sovente, la matematica è percepita – da chi studia e da chi insegna – come un mezzo utile per raggiungere altri obiettivi personali, formativi o professionali. Ad esempio, in Irlanda l'apprendimento della matematica è un prerequisito prescrittivo per lo sviluppo professionale superiore (Byrne & Carr, 2015); in Finlandia, è percepito come funzionale alla prosecuzione degli studi a livelli più alti (Hassi et al., 2010). Diversi studi sottolineano l'importanza di costruire curricula che riconoscano il potenziale trasformativo dell'apprendimento della matematica, sia in termini di progettualità personale che di consapevolezza nelle scelte e azioni (empowerment) delle persone in carcere. Questo tema si intreccia strettamente con la necessità di promuovere e occuparsi dello sviluppo professionale degli insegnanti che operano in contesti di marginalità, un ambito spesso trascurato o del tutto assente nella formazione iniziale e in servizio (Byrne & Carr, 2015; Hassi et al., 2010). In tale direzione, alcune esperienze di ricerca recenti condotte in Grecia e Brasile (Barros et al., 2024; Chrysikou et al., 2023; Stathopoulou et al., 2024) rappresentano un primo tentativo di offrire ai futuri insegnanti un'esperienza formativa significativa nell'ambito dell'educazione in carcere, promuovendo un approccio più consapevole, riflessivo e inclusivo alla didattica della matematica in questi contesti.

Per quanto riguarda il secondo aspetto, gli studi condotti in Brasile e Grecia (Braga & da Rosa 2022; Gomes & Caldeira, 2014; Meira & Fantinato, 2015; Stathopoulou et al., 2024) propongono pratiche didattiche fortemente coerenti con approcci educativi basati su posizioni socioculturali nell'educazione matematica che guidano le pratiche di insegnamento-apprendimento derivanti dall'interazione tra il posizionamento dell'individuo nel contesto socioculturale carcerario e l'attività congiunta mediata da segni e artefatti. Inoltre, Ahl e colleghi (2017)

pongono l'accento sulla necessità di tenere conto dell'intreccio tra aspetti cognitivi e affettivi legati alla matematica a partire dal modello dell'atteggiamento in matematica (Di Martino & Zan, 2011) in cui la visione della matematica si lega strettamente alla competenza percepita da una persona e alla sua disposizione emotiva nei confronti della matematica. L'articolo mostra come, anche in età adulta, l'atteggiamento possa cambiare in presenza di attività matematiche culturalmente significative e stimolanti nella relazione con l'insegnante che cura le tre dimensioni citate sopra. Allo stesso modo, Ahl & Helenius (2020) sottolineano l'importanza di tenere conto del razionale anche di natura sociologica o strumentale che sottende l'atteggiamento e la motivazione degli studenti verso la matematica.

Come anticipato, tutte le ricerche ed esperienze sottolineano il ruolo della biografia personale. In particolare, Braga & da Rosa (2022), Gomes & Caldeira (2014) e Meira & Fantinato (2015) si inseriscono in prospettive che pongono grande attenzione al rapporto tra la matematica e il contesto culturale e sociale in cui essa è praticata (D'Ambrosio, 2002) e alla centralità dell'azione congiunta tra insegnanti e allievi nell'apprendimento della matematica (Leont'ev, 1978).

Alla luce della rassegna dei principali temi trattati dalla letteratura scientifica in ambito carcerario, di seguito presentiamo alcuni esempi di buone pratiche per l'apprendimento della matematica in carcere che possono ispirare attività di insegnamento in contesti diversi da quelli descritti negli articoli.

Costruzione del forno

Sullo sfondo dell'etnomatematica, Meira & Fantinato (2015) considerano la matematica una strategia culturale che gli esseri umani hanno sviluppato per spiegare e gestire il loro contesto naturale e storico. Descriviamo brevemente un'attività svolta, all'interno di una *comunità di pratica* (Wenger, 1998) in un carcere brasiliano, basata su questo approccio. I detenuti hanno costruito un forno con materiali di scarto, affrontando i vincoli dell'ambiente carcerario (es. reperire le risorse finanziarie per comprare le lampadine o conservare il forno nella cella). La costruzione del forno è stata discussa durante la lezione di matematica sulla base delle conoscenze precedenti degli studenti.

In particolare, a conclusione dell'esperienza, uno degli studenti ha det-

to “Professore, ho imparato a fare il forno qui e lo insegno ai miei compagni. Ognuno lo perfeziona”. Infatti, questo artefatto non era disponibile all’interno del carcere, ma alcuni detenuti hanno elaborato misure adeguate per poterlo tenere in cella rispettando i regolamenti. Per poter utilizzare il forno per cuocere una torta (Figura 1), lo studente ha spiegato come ha ritagliato 6 quadrati di cartone, cinque dei quali misuravano un metro e mezzo, per garantire che la teglia entrasse nel forno; il sesto quadrato è lo sportello del forno, e dunque doveva essere un po’ più grande; si è lasciato un po’ di spazio sui lati dei 6 quadrati, circa la larghezza di un dito, in modo da poterli incollare insieme. Dato che questo modello avrebbe dovuto avere due lampadine, si sono dovuti praticare due fori sul lato in cui andranno inseriti due portalampade per installare le lampadine. Le misure sono state prese con le mani, in quanto il righello non era ammesso.

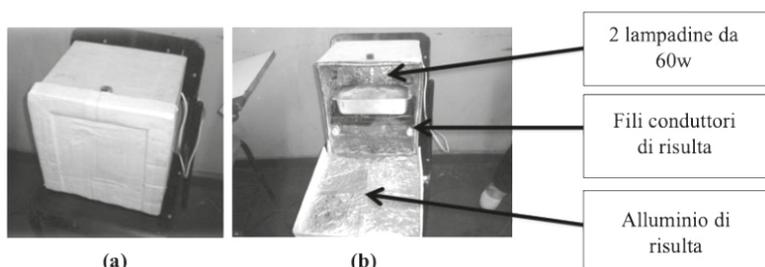


Figura 1. Il forno (a) e la torta cucinata durante la lezione (b)

Oltre all’impegno sociale e culturale degli studenti, l’attività ha un approccio interdisciplinare che coinvolge matematica, fisica, tecnologia e linguaggio naturale.

Costruzione di modelli

All’interno di un quadro etnomatematico, Gomes & Caldeira (2014) sottolineano l’importanza delle esperienze degli studenti, interiorizzate attraverso le loro azioni e attraverso la matematica appresa al di fuori della scuola e in modo sperimentale. Ciò facilita la loro interazione nell’ambiente socioculturale attraverso un ciclo di esperienze in cui il contesto e le azioni dell’individuo su di esso si influenzano reciprocamente. In quest’ottica, gli autori propongono quindi un’esperienza di apprendimento in un carcere brasiliano basata sulla model-

lizzazione matematica nel campo delle costruzioni, a partire dagli esiti di un questionario sulla vita dei detenuti fuori dal carcere. Gli studenti e l'insegnante hanno analizzato assieme le leggi che regolano la suddivisione in zone del comune e le regole per la costruzione di case fino a 70 m^2 . Durante questo processo, gli studenti si sono resi conto che la matematica curricolare – in particolare la geometria – entrava in gioco in vari aspetti dei regolamenti per le costruzioni di edifici. Quest'ambito risultava molto familiare alla luce del loro vissuto precedente in campo edile. Chiedendo loro di sentirsi liberi di scambiare idee con i compagni, i ricercatori hanno distribuito a ciascuno di loro il materiale necessario (carta, matite, una gomma e un righello) e hanno proposto la seguente attività: *progettare una casa unifamiliare fino a 70 m^2 in conformità con le leggi studiate*. Nel processo di modellizzazione, gli studenti considerano diversi strumenti attraverso i quali radicano la loro attività matematica all'interno e all'esterno della scuola. La progettazione della casa ha coinvolto diversi contenuti curricolari (es. unità di misura, multipli, figure piane, rette, piani, angoli, relazione di perpendicolarità, perimetri, aree e volumi di figure geometriche, operazioni con i numeri razionali e frazioni, proporzionalità, percentuali).

Quanti giorni alla fine della pena?

Braga e da Rosa (2022) presentano un esperimento di insegnamento-apprendimento in un carcere brasiliano durante la pandemia COVID-19, basato sulla dialettica tra astratto e concreto.

L'attività degli studenti si basava sul seguente problema relativo alla durata della pena: *se tre giorni di lezione equivalgono a un giorno di pena in meno, quanti giorni di pena in meno avremo se frequentiamo tutte le lezioni?*

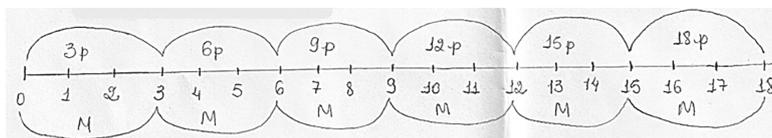


Figura 2: Soluzione grafica che coglie la generalità della relazione tra i giorni di scuola e lo sconto di pena

Il protocollo presentato nella Figura 2 mostra i punti di svolta nella

soluzione del problema, basato sulla dialettica tra astratto e concreto. La Figura 3 mostra come gli studenti siano arrivati a una soluzione algebrica simbolica.

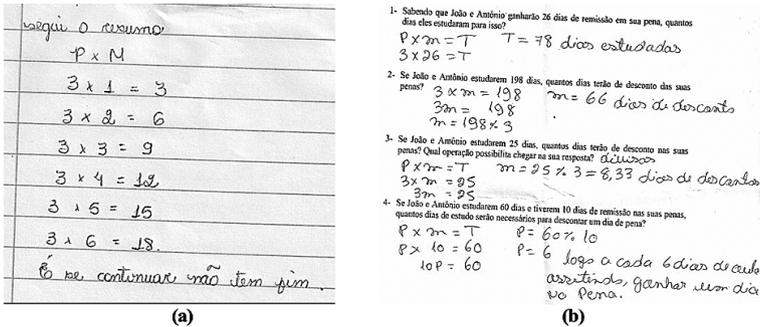


Figura 3. (a) L'ascesa dalla relazione astratta colta nella Figura 2 ai casi concreti di numeri specifici (b) La soluzione algebrica sviluppata nella dialettica astratto/concreto

Un nuovo spazio per insegnanti, allievi e matematica

Nei progetti ACTinPRISON (Chrysikou et al., 2023) e CoSpIRom (Stathopoulou et al., 2024) il gruppo di ricercatori lavora con la metodologia comunicativa critica per uno sviluppo dell'alfabetizzazione matematica e linguistica che tenda a creare spazi comuni con giovani detenuti e futuri insegnanti che agiscono come co-ricercatori delle loro esperienze. Considerando le situazioni particolari dell'istruzione carceraria in Grecia (ad esempio, la mancanza di curricula appropriati e di uno sviluppo professionale specifico per gli e le insegnanti), la ricerca si basa su due pilastri: (1) una concezione alternativa del curriculum basata su processi dinamici che attraversano i confini locali e culturali; la messa in discussione della conoscenza come insieme di competenze e la sostituzione dei test standardizzati con la riflessione sulle biografie personali; (2) un approccio metodologico, che crea un ambiente di pratiche disciplinari attenuate all'interno di una comunità collaborativa. Questi studi tengono conto dello sviluppo professionale dei e delle insegnanti e mostrano come chi studia e chi insegna in carcere possa costruire insieme una conoscenza significativa, superando un approccio coloniale all'apprendimento. Inoltre, affrontano la complessità dell'educazione matematica nelle carceri, dove

i e le futuri insegnanti devono sviluppare competenze interculturali e la consapevolezza delle questioni di giustizia sociale legate all'educazione matematica. A questo proposito, gli autori propongono un passaggio dall'ambiente scolastico inteso come *spazio pubblico* (Habermas, 1989) – in cui studenti e studentesse devono assimilare e interiorizzare specifici regimi di conoscenza – a uno *spazio comune* (Cianciotto, 2020). Si tratta di una concezione alternativa dell'ambiente di insegnamento che valorizza il riconoscimento, il potenziamento e l'emancipazione e che emerge attraverso i modi in cui le persone agiscono e interagiscono. Mentre lo spazio pubblico è aperto a tutti purché si rispettino regole prestabilite, l'apertura, l'inclusione e l'accessibilità dello spazio comune sono costruite localmente e specifiche del contesto. Gli spazi comuni sono sempre in evoluzione attraverso le pratiche sociali dei loro attori (cioè i/le futuri/e insegnanti e le persone detenute), dove tutti possono suggerire contenuti matematici per lo sviluppo congiunto del curriculum di matematica. Lo spazio comune sfida quindi le percezioni e le convinzioni dei futuri insegnanti che vedono l'insegnamento come un intervento per colmare le lacune di conoscenza e correggere i comportamenti devianti, piuttosto che fornire conoscenze e competenze finalizzate all'emancipazione personale, allo sviluppo futuro e al successo del reinserimento. All'interno di progetti come questi, matematica e spazio comune si influenzano reciprocamente: la matematica diventa una risorsa per la caratterizzazione dello spazio comune, così come lo spazio comune porta alla definizione e conseguimento degli obiettivi di apprendimento matematici.

In particolare, il progetto CoSpIRom (Stathopoulou et al., 2024) mostra la costruzione di uno spazio comune nell'ambito di una ricerca che coinvolge insegnanti e studenti del carcere. Le attività coinvolgono, nel rispetto della specificità dei ruoli, insegnanti e studenti e si sviluppano sul terreno comune di alcune categorie tematiche: per esempio, per gli allievi esperienze scolastiche precedenti, desideri e aspettative; per gli insegnanti, teoria e pratica negli spazi comuni, la comunicazione tra contesti attraverso l'alfabetizzazione matematica. Le attività si sviluppano in diverse fasi:

- lavoro con le persone detenute per identificare i loro bisogni e orientamenti e conoscere le loro esperienze matematiche precedenti;
- lavoro con i futuri insegnanti con laboratori (che richiamano la formazione universitaria) sulla gestione degli stimoli degli studenti e analisi dei loro bisogni;

- costruzione di spazi comuni attraverso l'alfabetizzazione matematica.

Nello specifico, le attività per la costruzione dello spazio comune si sviluppano intorno a tecniche di drammatizzazione educativa. A partire da uno specifico tema che ispira la drammatizzazione studenti e insegnanti agiscono e comunicano insieme per la costruzione di un curriculum vissuto, guidato da esperienze di vita quotidiana riconosciute come ricche opportunità curriculari.

Questo approccio produce un curriculum matematico innovativo che soddisfa gli interessi, i bisogni e l'identità socioculturale dei discenti.

Considerazioni finali

Guardare alla letteratura scientifica internazionale ha permesso di riflettere su alcune possibili strategie, pedagogiche e didattiche, per superare eventuali diffidenze verso la matematica degli studenti in carcere. Appare infatti evidente che la matematica può essere proposta come uno strumento di lavoro sul senso di autoefficacia e di progettazione alla vita oltre la detenzione (Pérez, 2021). In questo senso, tutte quelle pratiche didattiche centrate sulla collaborazione e sulla partecipazione attiva degli studenti e delle studentesse intervengono positivamente sui processi di apprendimento. Ancora, possiamo affermare che si rivelano particolarmente fruttuose le prospettive educative che attribuiscono all'ambiente socioculturale delle persone in carcere un ruolo di primo piano nell'apprendimento della matematica e valorizzano la co-costruzione di conoscenza tra insegnante, studenti e studentesse attraverso attività mediate da opportuni artefatti. Infatti, l'accesso alle risorse artefattuali (es. forno, materiali per costruire modelli, diagrammi) è cruciale per stabilire attraverso la matematica un dialogo tra la biografia personale e la dimensione socioculturale. Sulla stessa linea, gli approcci che innescano una dialettica efficace tra l'astratto e il concreto consentono di promuovere una visione relazionale della matematica.

Inoltre, favorire il passaggio dell'aula da spazio pubblico a spazio comune, dove futuri/e insegnanti, studenti e studentesse svolgono un'attività socioculturale comune, realizza un duplice obiettivo. Da un lato, si elabora un programma di studio basato sul contesto e radicato nelle biografie personali e nelle identità culturali delle persone

detenute. In questo modo, le attività di apprendimento espongono gli studenti e le studentesse a un approccio significativo e relazionale alla matematica che li responsabilizza ed emancipa alimentando i loro interessi, i loro bisogni e la loro identità socioculturale. D'altro canto, gli e le insegnanti sono esposti ad attività formative che vanno oltre la mera assimilazione di conoscenze e competenze matematiche e pedagogiche. La trasformazione dell'aula di matematica in uno spazio comune è in linea con l'approccio freiriano (Freire, 2011) che offre una proposta stimolante per perseguire l'empowerment delle persone detenute. Ciò è particolarmente importante quando si affronta il tema dell'inclusione, dell'accessibilità e degli atteggiamenti nei confronti della matematica. Sebbene l'inclusione in un contesto carcerario abbia ancora contorni indefiniti, anche a causa delle diverse accezioni che il termine "includere" comprende, ciò che si ritiene fondamentale, anche alla luce della letteratura di approfondimento, è prestare attenzione al background delle persone ristrette, alle loro precedenti esperienze scolastiche ed extra-scolastiche, a come alcune difficoltà di apprendimento, magari non rilevate e non adeguatamente supportate, possano aver portato a esperienze di fragilità, abbandono e rifiuto, soprattutto in matematica. Come ci dice l'Universal Design for Learning, non è necessario avere "etichette diagnostiche" per scegliere di personalizzare un percorso di apprendimento, ed è questa la grande apertura che il framework presenta e che qui vogliamo sottolineare: la scelta di tenere conto di diverse modalità di apprendimento, di diversi tempi e di diverse modalità di espressione.

Se la progettazione didattica saprà integrare la dimensione socioculturale, la biografia personale e attività matematiche mediate da opportuni artefatti e rappresentazioni nell'ottica UDL, essa esporrà gli studenti e le studentesse a buone pratiche di insegnamento-apprendimento della matematica che intrecciano la dimensione affettiva con quella cognitiva e rafforzano l'inclusione con proposte personalizzate. L'atteggiamento nei confronti della matematica risulterà più positivo con una visione relazionale della disciplina e un apprendimento significativo.

1.3 L'insegnamento-apprendimento della matematica in carcere: la prospettiva dei docenti

Federica Mennuni, Silvia Regola, Agnese Ilaria Telloni

Il contesto scolastico e i fattori che influiscono nell'apprendimento della matematica in carcere presentano complessità a più livelli (Foucault, 1975; Goffmann, 2017) e sono ancora poco esplorati nella letteratura scientifica (Maffia & Decembrotto, 2022; Maffia et al., in stampa; Mennuni et al., in stampa; Pocalana et al., in stampa; Regola et al., in stampa). Per descriverli abbiamo raccolto le testimonianze di nove docenti di matematica che lavorano in tre Centri Provinciali per l'Istruzione degli Adulti (CPIA) italiani, tramite tre strumenti narrativi che permettessero loro di focalizzarsi sugli aspetti percepiti come più significativi e rilevanti nella loro esperienza (Chapman, 2008; Connelly & Clandinin, 1990; Kaasila, 2007): una raccolta di riflessioni tramite una piattaforma digitale (Padlet), un focus group online e delle interviste semi-strutturate (Figura 4). La raccolta e l'analisi dei dati sono state portate avanti in modo incrementale e attraverso cicli successivi, approfondendo progressivamente il livello di indagine. Gli esiti del Padlet hanno informato la raccolta dati nel focus group e i temi emersi nel focus group hanno contribuito alla stesura del canovaccio per le interviste semi-strutturate.

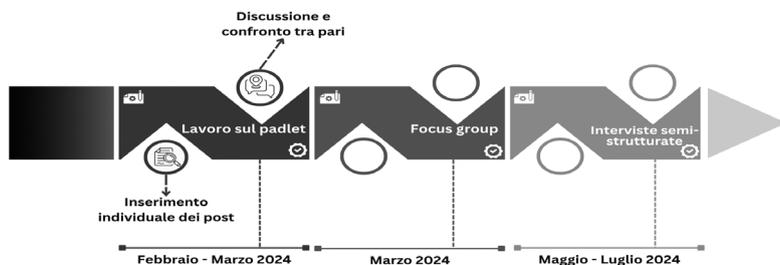


Figura 4. Timeline della raccolta dei dati

Il Padlet⁵ è organizzato secondo le dimensioni dell'approccio SWOT (Helms & Nixon, 2010; Figura 5), cioè Punti di forza e Punti di debolezza (fattori interni, su cui i e le docenti possono intervenire personalmente), Opportunità e Rischi (fattori esterni, intesi come condizioni dell'ambiente di lavoro su cui i e le docenti non hanno diretta influenza). Per stimolare la riflessione, sono stati proposti alcuni temi chiave: rapporto scuola-carcere, aule, attrezzature, curriculum, ruolo e finalità dell'istruzione carceraria, motivazione allo studio. I e le docenti hanno potuto inserire individualmente osservazioni sulle loro esperienze nell'insegnamento della matematica in carcere e, in seguito, hanno potuto leggere e commentare quelle di colleghe e colleghi, così che fosse favorito un confronto tra pari.

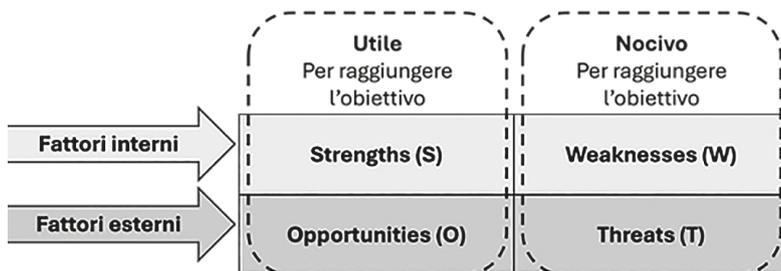


Figura 5. Rappresentazione schematica dell'approccio SWOT

Il focus group ha coinvolto docenti, ricercatori e ricercatrici impegnati nel progetto e si è concentrato su tre temi principali emersi dal Padlet: atteggiamento di studenti e studentesse verso la matematica, bisogni formativi dei e delle docenti e valutazione. Questo confronto ha contribuito ad arricchire l'analisi e a definire le linee guida per le interviste successive.

Nelle interviste individuali, condotte con quattro insegnanti, sono stati approfonditi aspetti legati al ruolo del docente e della scuola in carcere, la motivazione, gli obiettivi didattici e i bisogni di formazione. Da questi colloqui sono emersi alcuni elementi relativi alla identità dei e delle docenti di matematica in contesto carcerario (Pocalana et al., in stampa) e alcuni esempi di pratiche didattiche.

⁵ Padlet è una piattaforma digitale che consente diverse modalità di input al fine di condividere contenuti su un tema comune. Il Padlet è consultabile sul sito <https://unibg.padlet.org/Chiara/scuola-in-carcere-contesti-a-confronto-jrhbtw90aekhrlz> [ultima consultazione 29/08/2025].

L'analisi dei dati ha seguito un approccio induttivo-deduttivo: i temi individuati a priori (già suggeriti nel Padlet) sono stati integrati con quelli emersi dai dati (Maffia et al., in stampa), consentendo di individuare le categorie descritte nel paragrafo seguente.

Le categorie

L'analisi del Padlet è stata condotta associando una o più categorie ad ogni post. Tra i Punti di forza, la categoria più frequentemente citata è la Personalizzazione, uno dei temi emersi dai dati (35% dei post), mentre la meno presente è l'Atteggimento verso la matematica (1 su 17 post). Tra i Punti di debolezza, le categorie più frequenti sono le Attrezzature, il Rapporto scuola-carcere (37% dei post), la Composizione del gruppo classe, un altro tema emerso dai dati (32%), mentre è assente il tema della Valutazione. Tra le Opportunità sono frequenti i riferimenti alle categorie Personalizzazione (44%) e Motivazione allo studio (38%); mentre sono assenti i riferimenti alle categorie Aule e Atteggimento verso la matematica. Tra i Rischi, è preponderante il riferimento alla categoria Rapporto scuola-carcere (75%) e notevole la presenza della categoria Composizione del gruppo classe (33% dei post), mentre sono assenti o quasi le altre categorie. Tutte le categorie hanno carattere ambivalente, in quanto menzionate sia tra le dimensioni positive che tra quelle negative. La loro distribuzione sulle dimensioni SWOT evidenzia la complessità del contesto e della visione di chi vi insegna.

Relazione scuola-carcere

Questa categoria raccoglie le riflessioni sulle relazioni tra le direzioni scolastiche e carcerarie, tra il personale scolastico e carcerario, e sul coordinamento tra le esigenze delle due istituzioni. Tali aspetti emergono soprattutto in relazione a criticità, ma non solo: in alcune situazioni la possibilità di collaborazione tra dirigenti scolastici e penitenziari ha favorito progetti educativi per le persone in carcere e opportunità di formazione professionale. Il dialogo con il personale dell'amministrazione penitenziaria viene presentato come potenzialmente utile per definire i percorsi individuali degli studenti e delle studentesse; tuttavia, il lavoro di coordinamento svolto dai e dalle docenti non riceve adeguato riconoscimento. Le testimonianze raccolte evidenziano molti aspetti problematici sul rapporto scuola-carcere. Innanzitutto, le norme di sicurezza restrittive

limitano l'uso di materiali didattici appropriati, l'accesso a risorse online e le possibilità di studiare individualmente. I diversi obiettivi e scopi delle due istituzioni e del loro personale possono talvolta entrare in conflitto. Comunemente, la gestione e la durata della detenzione comporta una forte discontinuità nel percorso scolastico delle persone in carcere. Infine, la scarsa attenzione dell'organizzazione penitenziaria alle esigenze della scuola spesso determina interruzioni e ritardi durante le lezioni, riducendo di fatto il monte ore. Da tali aspetti scaturisce l'esigenza di un maggiore dialogo fra le istituzioni scolastica e carceraria mirato a condividere valori comuni, fra cui l'importanza della scuola.

Aule e attrezzature

Queste due categorie raccolgono le riflessioni degli e delle insegnanti sull'adeguatezza degli spazi destinati alle attività didattiche e sulla disponibilità e qualità delle dotazioni tecnologiche e dei materiali autorizzati in aula (o in cella). Entrambi i temi sono trattati in termini prevalentemente negativi, pur con una certa variabilità a seconda del contesto specifico. La maggior parte dei post descrive aule piccole, con condizioni igieniche critiche e arredi inadeguati. Soltanto due docenti (dello stesso CPIA) parlano di spazi soddisfacenti in numero, ampiezza e luminosità. In quello stesso contesto sono disponibili lavagne digitali, computer e altri strumenti tecnologici, in netto contrasto con le situazioni descritte dalla maggior parte delle e degli altre/i docenti, le/i quali lamentano attrezzature insufficienti e inadeguate, oltre a dotazioni e materiali didattici minimi, obsoleti o non funzionanti. In conclusione, le condizioni degli ambienti scolastici e la disponibilità di risorse risultano generalmente scarse, ma possono variare sensibilmente in base al contesto, influenzate da fattori come la qualità dei rapporti fra le direzioni carceraria e scolastica o il sostegno della comunità territoriale.

Curriculum di matematica

Questa categoria riguarda gli obiettivi formativi, le competenze che studenti e studentesse dovrebbero acquisire, la programmazione dei tempi, delle strategie e delle metodologie didattiche. Rispetto a tali aspetti, i e le docenti evidenziano soprattutto criticità: il tempo limitato costringe a selezionare i contenuti e impedisce di approfondirli; le persone che frequentano la scuola hanno livelli molto diversificati, sia nell'alfabetizzazione che nelle competenze matematiche; l'elevato

turnover impone percorsi non lineari e continui riadattamenti.

Ciò induce chi insegna ad adottare strategie innovative: la sperimentazione di un curriculum a spirale, come pratica inclusiva; una notevole flessibilità nella scelta dei temi e delle attività, consentita dalle minori pressioni esterne; la personalizzazione del programma di studio, attraverso l'articolazione di lezioni concentrate sulle effettive carenze e necessità di chi apprende. In questa prospettiva, le unità didattiche sono progettate pensando ai diversi livelli di studentesse e studenti: i prerequisiti sono ripresi per consolidare le conoscenze pregresse di alcuni/e e permettere a chi ha più lacune di partecipare alla lezione. Infine, le attività progettate mirano a valorizzare la curiosità, la creatività e la manualità.

Ruolo e scopo della scuola in carcere

In questa categoria sono raccolte le osservazioni circa gli obiettivi dell'istruzione nel contesto penitenziario. A tale riguardo, si rilevano diversi temi: l'utilità del titolo di studio e delle competenze acquisite, in quanto spendibili nel futuro (lavorativo o scolastico) degli studenti e delle studentesse; la funzione di distrazione dalla condizione detentiva; le occasioni di crescita personale, socializzazione e dialogo; la possibilità di costituire un canale di comunicazione con il mondo esterno.

Si sottolinea anche che la scuola in carcere dovrebbe essere allineata con quella esterna, per garantire la continuità del percorso di istruzione e formazione. A tal proposito, sono riportate esperienze positive che hanno coinvolto la didattica a distanza durante la fase del cambio di misura di studentesse e studenti o in mancanza della possibilità di accesso alle lezioni in presenza.

Il diritto allo studio è formalmente garantito in carcere (si rimanda alla lettura del capitolo 1.1), ma le diverse professionalità coinvolte possono avere atteggiamenti discordanti sulle sue finalità. A questo proposito, dai e dalle docenti emerge il desiderio di una formazione congiunta con il personale penitenziario.

Motivazione allo studio

In questa categoria rientrano gli aspetti riguardanti il rapporto delle persone detenute con lo studio, in particolare in relazione agli obiettivi, e con le istituzioni scolastiche. Da un lato, le e gli insegnanti evidenziano che una buona parte degli studenti e delle studentesse ha un basso livello di scolarizzazione e mostra una scarsa motivazione spesso a causa di

precedenti esperienze scolastiche negative. Inoltre, in particolare per studenti e studentesse con background migratorio, si evidenziano difficoltà linguistiche e percorsi educativi discontinui. Dall'altro lato, alcuni studenti e alcune studentesse vivono la scuola come un'occasione di riscatto, crescita personale e reinserimento sociale. Inoltre, emerge che la motivazione è anche influenzata da fattori esterni, come l'ottenimento di certificazioni o benefici sulla durata e le condizioni della detenzione. Questo tipo di motivazione può rivelarsi un'arma a doppio taglio, in quanto alcune persone detenute potrebbero non essere incentivate a frequentare corsi che non rilasciano una qualifica formale. Il ruolo dell'insegnante diventa quindi centrale: evidenziare la spendibilità delle competenze acquisite nella vita quotidiana e professionale può accrescere l'interesse e l'impegno di studentesse e studenti, favorendone così l'apprendimento.

Atteggiamento verso la matematica

Questa categoria riguarda il rapporto di studenti e studentesse con la matematica in termini di disposizione emotiva, visione della disciplina e competenza percepita (Di Martino & Zan, 2010). Molti/e docenti riferiscono che l'atteggiamento negativo verso la matematica derivi spesso dal tipo di istruzione ricevuta in passato, che ha generato sfiducia e rifiuto verso la materia, percepita come una disciplina riservata ai "più dotati". D'altro canto, proprio per questo, alcuni studenti e alcune studentesse trovano nella matematica un motore di motivazione, alimentata anche dal desiderio di gratificazione personale o di riscatto dal passato fallimentare. Inoltre, la concentrazione necessaria per fare matematica può essere fonte di distrazione dalla realtà detentiva. Gli e le insegnanti sottolineano l'importanza di un approccio collaborativo e di scoperta della matematica che favorisca la partecipazione e il supporto reciproco. Tuttavia, la fragilità psicologica di molti studenti e di molte studentesse e la scarsa coesione del gruppo classe possono rendere lo studio frustrante e cognitivamente pesante. In queste condizioni, la sfida per chi insegna è dunque costruire contesti di apprendimento che stimolino motivazione e fiducia in sé e verso i propri compagni e le proprie compagne, riducendo il senso di fallimento e rendendo la matematica significativa per tutti e tutte.

Composizione del gruppo classe

In questa categoria si descrivono le caratteristiche di studenti e studentesse, sia nella composizione delle classi, sia a livello individuale,

sotto varie prospettive (cognitiva, sociale, relazionale, etc.). Uno degli aspetti che caratterizzano molte delle classi carcerarie è il continuo turnover, dovuto a nuovi ingressi, trasferimenti e rilasci, che rappresenta per chi insegna una sfida organizzativa dell'attività didattica. L'eterogeneità del gruppo classe, per età, lingua, background culturale e livello di istruzione, è spesso considerata una difficoltà, soprattutto se si vuole seguire un curriculum standard. Tuttavia, alcuni/e insegnanti la considerano una risorsa per sperimentare approcci didattici più flessibili e inclusivi. Il numero ridotto di persone per classe è invece unanimemente considerato un punto di forza, poiché facilita la personalizzazione del percorso didattico in base alle reali esigenze dei singoli. Tra le criticità, segnalano che il complesso background socioeconomico e culturale di studentesse e studenti e la loro fragilità psicologica determinano ulteriori ostacoli nel processo di apprendimento. In questo contesto, diventa quindi essenziale per chi insegna adottare una didattica attenta ai bisogni educativi individuali e capace di trasformare le difficoltà in opportunità di innovazione.

Personalizzazione

Questa categoria riguarda la progettazione di percorsi didattici e formativi sulla base delle necessità educative di chi apprende (Shemshack & Spector, 2020). Questo tema è molto presente nelle osservazioni degli e delle insegnanti, che lo considerano un elemento chiave e generalmente positivo nel contesto carcerario, sebbene non sia banale adattare il curriculum standard ai bisogni molto eterogenei degli studenti e delle studentesse. Gli e le insegnanti sottolineano anche l'importanza di garantire la continuità del percorso formativo oltre la detenzione, tramite la certificazione degli apprendimenti. La personalizzazione, dunque, non è solo una strategia didattica, ma una visione educativa che punta alla crescita personale e professionale dell'individuo, promuovendo un apprendimento significativo e duraturo.

Valutazione

Questa categoria raccoglie aspetti che riguardano la valutazione interna o esterna, formativa o sommativa. Gli e le insegnanti percepiscono la valutazione in carcere come meno formale rispetto alla scuola ordinaria, anche grazie a minori pressioni esterne e all'esclusione dalle prove INVALSI. L'assenza della necessità del voto consente di

privilegiare l'osservazione, i feedback discorsivi e i colloqui individuali, spesso preferiti alle verifiche scritte, che generano ansia e rievocano esperienze scolastiche negative. La valutazione numerica è poco usata: quando possibile, viene sostituita da indicazioni costruttive e personalizzate, oppure comunicata solo se positiva. L'uso della lavagna diventa un momento di confronto sereno, utile per accompagnare studenti e studentesse nella consapevolezza degli obiettivi di apprendimento, senza percezione di giudizio. Tuttavia, una criticità importante riguarda la certificazione delle competenze e l'ottenimento del titolo di studio, spesso ostacolati dal forte turnover del carcere e dalla frammentazione dei percorsi scolastici, che rende difficile la raccolta e la conservazione dei dati utili alla valutazione formale e al riconoscimento dei percorsi educativi nelle scuole esterne al carcere.

Relazione con il territorio

Questa categoria riguarda le attività che associazioni (ad esempio di volontariato) o enti del territorio svolgono in carcere e l'effetto che esse hanno sull'attività scolastica.

La collaborazione tra la scuola e le istituzioni esterne al carcere è considerata una risorsa importante per la personalizzazione e la continuità dei percorsi di apprendimento. Ad esempio, sono stati stipulati accordi con scuole ed enti di formazione locali per strutturare piani personalizzati per le persone in carcere, supportando la loro frequenza scolastica e lo sviluppo di competenze specifiche e trasversali. Inoltre, alcune/i docenti suggeriscono che l'offerta formativa può essere ampliata con l'ingresso in carcere di esperti esterni, disponibili anche gratuitamente, che potrebbero estendere il loro intervento anche alle persone non iscritte a scuola.

Tuttavia, nei casi in cui il supporto delle associazioni e delle amministrazioni territoriali è insufficiente, emergono anche criticità, come la carenza di mediatori o mediatrici culturali. Un altro aspetto negativo riguarda le attività svolte dalle persone detenute con associazioni di volontariato, cooperative ed imprese, che in molti casi condividono gli stessi spazi e tempi destinati alla scuola, entrando in conflitto con essa.

Altro

Alcuni interventi degli e delle insegnanti evidenziano aspetti che vanno oltre le categorie precedenti, come l'importanza della relazione di fiducia e collaborazione che si crea tra insegnante e studente, fonda-

mentale per il percorso educativo e per la ridefinizione dell'identità di chi trascorre parte della propria vita in carcere. Un altro tema emerso riguarda la formazione del personale docente, che spesso si sente impreparato ad affrontare tutti gli ostacoli che caratterizzano l'insegnamento della matematica in carcere. Un'altra problematica è relativa all'inadeguatezza dei libri di testo, considerati datati e poco stimolanti o non adeguati alle esigenze specifiche degli studenti e delle studentesse adulti/e in carcere. Gli e le insegnanti lamentano che le case editrici non investono adeguatamente nell'educazione carceraria, vista la poca redditività del settore. Emergono anche questioni relative all'organizzazione dei tempi e degli spazi per la scuola in carcere: l'intersezione di attività varie con la scuola impedisce uno svolgimento regolare delle lezioni; inoltre, il percorso che le persone detenute devono compiere per raggiungere le aule è spesso lungo e complesso, per motivi di sicurezza, con un impatto negativo sulla regolarità della frequenza scolastica.

Relazioni tra le categorie individuate

Per comprendere come i diversi elementi del contesto scolastico carcerario influenzano il processo di insegnamento-apprendimento della matematica, sono state investigate le relazioni tra alcune delle categorie precedenti (Mennuni et al., in stampa). L'analisi mira a fornire agli e alle insegnanti strumenti di riflessione per affrontare le specifiche sfide del loro ambiente e sviluppare strategie didattiche efficaci. Tre categorie risultano strettamente interconnesse: la Composizione del gruppo classe, la Personalizzazione della didattica e la Motivazione allo studio. L'interazione tra queste categorie è stata analizzata evidenziando come le quattro dimensioni dell'analisi SWOT interagiscano tra loro.

Composizione del gruppo classe e personalizzazione dell'insegnamento

L'elevato e frequente turnover di studenti e studentesse è una delle criticità più rilevanti, in quanto rende difficile la pianificazione di percorsi didattici strutturati e duraturi, imponendo una continua riorganizzazione delle pratiche di insegnamento. Tuttavia, proprio questa instabilità stimola chi insegna a sviluppare approcci flessibili e modulari, centrati sulle competenze reali e sulle esigenze immediate di chi apprende. L'eterogeneità del gruppo classe, in termini di età, background scolastico e culturale, rappresenta un'ulteriore sfida. Alcune/i inse-

gnanti, tuttavia, vedono in questa diversità un'occasione per sperimentare una didattica personalizzata, volta a valorizzare le competenze individuali e i percorsi progressi delle persone in carcere.

Composizione del gruppo classe e motivazione allo studio

Le caratteristiche del gruppo classe influenzano direttamente anche la motivazione verso la matematica. In molti casi, la scarsa motivazione deriva dalle difficoltà di studentesse e studenti nel rapporto con la matematica che genera ansia, senso di inadeguatezza e sfiducia nelle proprie capacità. Questo è particolarmente evidente tra persone con basso livello di scolarizzazione, per le quali la matematica appare come una barriera difficile da superare.

Allo stesso tempo, piccoli successi nello studio possono diventare fattori motivanti. Per alcune persone l'apprendimento della disciplina rappresenta un'occasione di riscatto, crescita personale e miglioramento delle prospettive lavorative. La matematica, in questo contesto, assume un valore simbolico importante, diventando uno strumento di gratificazione e autoaffermazione che permette a studentesse e studenti di sperimentare nuove possibilità di crescita personale.

Dagli interventi degli e delle insegnanti emerge anche un altro aspetto molto significativo: per alcune persone che frequentano la scuola in carcere, lo studio della matematica rappresenta un momento di evasione mentale dalla propria realtà detentiva. Concentrarsi su problemi di matematica può aiutare a distogliere l'attenzione dalle criticità della quotidianità in carcere, offrendo uno spazio di pensiero alternativo e costruttivo. Questo elemento può essere valorizzato come leva motivazionale importante.

Motivazione allo studio e personalizzazione dell'insegnamento

La personalizzazione dell'insegnamento si rivela cruciale anche nel sostenere la motivazione. Molti studenti e molte studentesse si avvicinano alla matematica con timore e scarsa fiducia, ma possono rispondere positivamente a percorsi didattici costruiti su misura, che tengano conto dei loro interessi, competenze e bisogni specifici. In questo senso, metodologie inclusive ed esperienziali risultano efficaci per aumentare l'attenzione, il coinvolgimento e la fiducia nelle proprie capacità.

Diversi/e insegnanti hanno evidenziato che gli studenti e le studentesse mostrano maggiore partecipazione quando le attività sono pensate per favorire la scoperta attiva e la collaborazione tra pari. Rendere la matematica rilevante per la vita quotidiana e il futuro lavorativo attraverso attività pratiche e di tipo laboratoriale contribuisce a rafforzare la percezione della disciplina come utile e significativa, piuttosto che come un esercizio astratto e scollegato dalla realtà, favorendo così un tipo di apprendimento più significativo.

Anche l'uso di strumenti didattici innovativi e il coinvolgimento di esperti esterni sono indicati dagli e dalle insegnanti come strategie utili per aumentare l'accessibilità e l'interesse verso la matematica. Personalizzare gli interventi didattici, in questo senso, non significa solo semplificare, ma costruire ponti tra contenuti matematici e vissuti individuali.

Conclusioni e implicazioni per la didattica

L'analisi delle interconnessioni tra le categorie mostra come le difficoltà tipiche del contesto carcerario – turnover, eterogeneità e bassa motivazione – possano essere trasformate in opportunità per innovare la didattica e renderla più efficace. In questo contesto il ruolo dell'insegnante diventa fondamentale: occorre saper bilanciare flessibilità e struttura, adattando la proposta didattica alle esigenze di studentesse e studenti senza perdere coerenza formativa.

La personalizzazione emerge quindi come una strategia didattica chiave, non solo per rispondere alle sfide del contesto, ma anche per costruire un ambiente di apprendimento inclusivo in cui ciascuno/a possa sentirsi accolto/a, valorizzato/a e messo/a nelle condizioni di apprendere secondo i propri tempi e modi e sentirsi capace di esprimere le proprie potenzialità. La motivazione allo studio, se alimentata da pratiche didattiche coinvolgenti e rilevanti, può trasformare l'apprendimento della matematica in carcere in un'opportunità di crescita personale e sociale.

Infine, riconoscere il potenziale trasformativo della matematica – sia sul piano cognitivo sia su quello emotivo e relazionale – consente di ripensare l'insegnamento come uno strumento di emancipazione e riscatto, contribuendo alla costruzione di percorsi educativi significativi e orientati al futuro.

Pratiche degli insegnanti

Le pratiche didattiche descritte dagli e dalle insegnanti evidenziano un ampio ventaglio di strategie volte a rendere l'insegnamento della matematica accessibile, motivante e coerente con le esperienze degli studenti e delle studentesse. In particolare, emerge una forte attenzione verso modalità che favoriscano l'operatività, la concretezza e il coinvolgimento attivo. Tra queste si segnala l'uso di piccoli quiz di logica o enigmi, apparentemente svincolati dalla disciplina, ma in grado di stimolare in modo implicito e coinvolgente il ragionamento matematico. Si sottolinea l'importanza di partire, quando possibile, dalle esperienze pregresse degli studenti e delle studentesse, cercando connessioni tra concetti astratti e vissuti personali, pur riconoscendo che tale strategia non risulta sempre efficace per tutti e tutte.

Un elemento comune è il ricorso allo storytelling come strumento didattico. Questo può essere utilizzato nella contestualizzazione dei problemi attraverso la costruzione di narrazioni ispirate a situazioni quotidiane, che permettono di tradurre problemi reali nel linguaggio formale della matematica. Ciò facilita la comprensione e consente di introdurre progressivamente l'uso consapevole di convenzioni e formalismi (come le espressioni con parentesi) mettendone in evidenza la funzione strutturale e comunicativa. Lo storytelling agisce anche come leva motivazionale, ad esempio nella presentazione di figure storiche legate alla matematica. Le biografie di matematici e matematiche celebri, eventualmente accompagnate da materiali audiovisivi, restituiscono alla disciplina la sua dimensione umana, storica e culturale, favorendo un apprendimento più empatico e radicato nella realtà.

Un altro aspetto centrale riguarda l'ascolto dei modi di ragionare già acquisiti dagli studenti e dalle studentesse, in particolare da chi proviene da percorsi formativi non lineari o da contesti scolastici eterogenei. Si riconosce, in questo senso, l'importanza di valorizzare tecniche di calcolo alternative adottate da studenti e studentesse di origine straniera, legittimandole come espressione di competenze culturali pregresse. Questa attività può risultare complessa, poiché implica un lavoro paziente di mediazione e ricontestualizzazione, più che una semplice correzione o sostituzione dei procedimenti. Le pratiche inclusive si manifestano anche nel superamento delle modalità valutative tradizionali e nella creazione di ambienti di apprendimento accoglienti che

prevedano momenti di pausa, riposo e ascolto. Particolare attenzione viene riservata alle difficoltà linguistiche e cognitive che possono ostacolare l'apprendimento, soprattutto in contesti complessi come quello penitenziario. In questi casi, alcuni/e insegnanti propongono, quando possibile, l'uso di supporti visivi e multimediali, per facilitare la comprensione dei concetti, e adottano percorsi alternativi rispetto alla lettura e alla scrittura formale dei numeri, per quegli studenti e quelle studentesse che ne hanno particolare necessità.

Infine, le esperienze didattiche raccontate si caratterizzano per un'elevata flessibilità metodologica, intesa non come rinuncia alla progettazione, bensì come capacità di adattamento continuo. Si supera così l'idea di una didattica lineare, riconoscendo l'importanza di modificare il percorso previsto se si rivela inefficace, di rivedere i propri approcci sulla base delle difficoltà emerse in classe e di valorizzare lo scambio costante come strumento per rilevare e sviluppare le competenze. In tutti i casi, la riflessione didattica si configura come un processo dinamico, attento alle soggettività e ai contesti, orientato alla costruzione di un sapere condiviso.

PARTE 2

Le sfide didattiche

2.1 La diversità culturale e linguistica: risorsa od ostacolo nella didattica della matematica?

Giuseppe Bianco, Benedetto Di Paola

Inclusione e diversità oggi: il caso delle matematiche

Una delle grandi sfide della scuola di oggi è certamente quella dell'inclusione. L'inclusione in classe, di tutti *e* di ciascuno, parte dalla pratica didattica quotidiana messa in atto dal docente, coinvolge però anche le famiglie e i contesti educativi nei quali la scuola si propone di agire. Risulta assolutamente necessario, ma anche complesso, indagare questo "intorno", così come comprendere ciò che ogni studente e ogni studentessa porta dentro di sé, ma che spesso rimane fuori dalla classe – per ruoli o attese reciproche, fra studenti, studentesse, docenti e istituzioni educative. Riferirsi alla matematica o meglio alle matematiche può risultare emblematico e illuminante. La matematica, nella visione comune, è una delle discipline apparentemente più statiche, meno "interpretabili", più astratte; in realtà, una lettura più attenta, storica, culturale e linguistica può permettere riflessioni nuove, più profonde, insegnanti studenti e studentesse. Riflessioni che possono tradursi in una più consapevole interpretazione delle pratiche matematiche messe in atto dagli studenti e dalle studentesse al fine di coinvolgerli (cognitivamente ed emotivamente) e renderli più attivi nella costruzione del proprio Sapere. Approcci transdisciplinari che si poggiano su riferimenti storico-culturali e linguistici sono certamente complessi ma spesso necessari, soprattutto in contesti di marginalità e marginalizzazione.

Culture e matematiche

La matematica, agli occhi di molti, appare spesso come la quintessenza della verità, come un edificio universale, costruito su basi certissime, attraverso deduzioni necessarie. Tuttavia, come detto, un'escursione sto-

rica o anche solo all'esterno delle mura scolastiche confuta questo pregiudizio. La matematica, come ogni pratica umana, si trasforma nel tempo e vive in un particolare contesto sociale, storico e geografico. Al variare dell'ambiente la disciplina muta drasticamente: la matematica del mercato è diversa dalla matematica di classe (vedi Cap. 2.3) che è diversa dalla matematica del matematico di professione. Leggendo poi anche solo una dimostrazione di un secolo fa, si sente una distanza profonda fra quello che oggi è considerato rigoroso e ciò che lo era allora. *Quali strumenti sono leciti in una dimostrazione matematica? La riga e il compasso? La calcolatrice? Il computer? L'intelligenza artificiale?* La matematica è cambiata nei secoli e sta continuando a cambiare. A maggior ragione cambia continuamente il suo insegnamento, sempre rivolto alle sfide di domani. Se all'inizio del XX secolo il fine della scuola era quello di alfabetizzare – “saper scrivere e far di conto” – oggi la sfida è quella di rendere gli studenti di oggi futuri cittadini, critici e attivi, anche grazie all'uso consapevole dei vari strumenti disponibili, analogici e/o digitali, concreti e/o astratti.

Questo tema risulta tuttavia scottante quando i cittadini di domani non sono ancora cittadini di oggi. Questo avviene per studenti e studentesse con background migratorio: chi è nato all'estero e si è trasferito in un secondo momento in Italia, prima, durante o dopo la propria istruzione/scolarizzazione – i cosiddetti studenti e studentesse di prima generazione – chi è nato in Italia da genitori con cittadinanza non italiana – i cosiddetti studenti di seconda generazione. In entrambi i casi, il background familiare di questi studenti e di queste studentesse è lontano – in termini di attese, valori, lingua, etc. – da quello delle istituzioni educative italiane. Ecco perché il tema delle classi multiculturali e multilinguistiche risulta importante per l'intera pedagogia (in primis, pedagogia interculturale e delle migrazioni) e anche per le singole discipline (ad esempio, didattica dell'italiano): in questi casi è necessario trovare in maniera aperta, problematica e dialettica un senso condiviso al percorso educativo, anche attraverso le singole discipline.

Classi multiculturali e multilinguistiche: il carcere come caso esemplare

Un caso emblematico in questo senso è quello dell'educazione in carcere. La scuola in questo caso si propone di preparare gli studenti e le studentesse, minori o adulti/e, alla vita dopo il periodo di detenzione,

fornendo loro strumenti critici per diventare cittadine e cittadini consapevoli in società, ad esempio con competenze spendibili sul mercato del lavoro. Tuttavia, la scuola è *già* momento di convivenza nella microsocietà della classe e in questo la matematica può, *non* diversamente dalle altre discipline, diventare ponte e occasione di confronto e dialogo in classe, non per la sua universalità, ma per il suo esser pratica sociale. Ciò non è facile: il punto di partenza di tali studenti e studentesse è assai eterogeneo, e così i loro riferimenti culturali (religiosi, etici, giuridici). Una semplice carrellata sui dati disponibili⁶ rende evidente come il contesto carcerario sia radicalmente multiculturale: dal 2008, le persone straniere hanno rappresentato fra il 30% e il 40% dell'intera popolazione carceraria. Andiamo però più nel dettaglio, le nazionalità più rappresentate sono: Marocco, Romania, Albania, Tunisia, Nigeria, Egitto, Senegal, Algeria, Gambia. Queste non sono però tutte equamente distribuite nel paese (ad esempio la componente marocchina è forte in Lombardia), inoltre in alcune carceri del Nord Italia la popolazione straniera supera quella italiana. Un dato importante è che i motivi della detenzione sono spesso simili e di solito non gravi, tanto che il 44% di coloro che sono condannati a meno di un anno sono di nazionalità non italiana. In questo senso un'educazione a una cittadinanza critica durante il breve periodo di detenzione, ad esempio attraverso la scuola in carcere, diventa un'opportunità unica.

Conoscere e riconoscere le diversità culturali e linguistiche come base per l'equità

Questa situazione di complessità impone ai/alle docenti, chiamati a educare – nel senso più ampio del termine – in questi contesti, un approccio aperto. La matematica può qui diventare terreno di racconto, radicamento in esperienze profonde al di fuori del carcere e costruzione di un futuro dopo il periodo di restrizione. Vedere la matematica come ponte si basa su un atteggiamento pluralistico: le differenze culturali, e linguistiche, presenti nella pratica matematica vengono accettate e favorite, ma anche ricercate come risorsa per la costruzione di un nuovo e più ricco sapere condiviso. In questo senso una visione

⁶ Associazione Antigone <https://www.rapportoantigone.it/ventesimo-rapporto-sulle-condizioni-di-detenzione/stranieri/>

relativistica, ossia senza giudizi di valore, sui vari saperi, diventa la premessa per una vera inclusione, a partire dalle diversità concrete. Questo permette quindi di superare un atteggiamento ingenuo e retorico di uguaglianza – “siamo tutti uguali” – per giungere ad un atteggiamento di equità – siamo diversi, ma abbiamo uguale valore e stessi diritti. È quindi necessario partire dalle differenze, conoscerle e mettersi in relazione. La cultura in questo senso diventa un filtro del mondo, un modo di agire nel mondo, un’opportunità più che un’eredità o un peso derivato da una tradizione immutabile. È chiaro però che gli usi e i costumi differenti ci possano anche distanziare, almeno in un primo momento. Una prima barriera che ci divide “dagli altri e dalle altre” e, al tempo stesso, ci identifica con “i/le simili”, è quella della lingua. Con la lingua descriviamo il mondo, comunichiamo, pensiamo. La lingua però è anche permeabile alla storia.

Pochi esempi ma buoni/chiarissimi (speriamo)

Facciamo qualche esempio attingendo dalle nazionalità sopra citate, per comprendere quanto la pratica linguistica sia complessa e mai omogenea, frutto di sovrapposizioni storiche di lunga durata e quanto sia al contempo una via per capire l’altro. Partiamo dal Maghreb (Marocco, Algeria e Tunisia). Il retaggio coloniale francese è prepotente: nelle scuole secondarie il francese diventa la lingua delle materie scientifiche, inclusa la matematica. In questi casi abbiamo quindi una frattura fra uso informale della matematica in contesti extrascolastici, in cui si usa il dialetto nazionale, derivato dall’arabo scritto, e l’uso scolastico della matematica, in francese. In Egitto, più vicino al baricentro della cultura musulmana, la lingua di insegnamento orale è l’arabo egiziano – la varietà dialettale nazionale dell’arabo, più vicina all’arabo antico, quello del corano. La lingua scritta, tanto a scuola quanto fuori dalla scuola, è l’arabo standard moderno, unificato fra tutti i paesi arabi.

La situazione in Senegal è simile a quella sopra discussa, del Maghreb: la lingua dell’istruzione rimane sempre il francese, salvo l’uso occasionale e informale delle lingue locali fra studenti e insegnante. In Nigeria, a partire dal quarto anno, l’insegnamento diventa interamente in inglese. In Gambia, già a partire dal primo anno di istruzione, tutte le materie sono studiate in inglese. Per le altre nazionalità sopra citate la situazione è un po’ differente. In Albania l’insegnamento della matematica avviene

in albanese. Inoltre, l'Albania ha una storia di contatti con l'Italia: esistono corsi di italiano in alcune scuole, una volta era visibile la tv italiana. In Romania, l'insegnamento della matematica avviene nella lingua nazionale, il romeno. Il romeno è una lingua neolatina, della stessa famiglia linguistica dell'italiano e delle lingue dell'Europa occidentale: la distanza linguistica dall'italiano è minima.

Storia, cultura e insegnamento ... della matematica

Gli esempi discussi nel paragrafo precedente rappresentano solo l'incipit per penetrare la superficie, scardinare i pregiudizi e cominciare a dare un valore storico e tridimensionale alla stratificazione culturale (coloniale, migratoria, religiosa) e linguistica dei paesi più rappresentativi nel contesto carcerario. Dobbiamo però ulteriormente approfondire, ed entrare dentro i sistemi linguistici e lo faremo fissando come esempio una lingua a noi nota, quella cinese. Quanto segue non mira assolutamente a proporre l'uso di altre lingue oltre quella italiana nella pratica matematica quotidiana in classe. Per la/il docente sarebbe impossibile arrivare anche a una scarsa competenza linguistica in una sola delle varie lingue di studenti e studentesse. Quello che si propone non è di usare altre lingue oltre all'italiano in classe, ma di *permettere* di farlo ai propri studenti e alle proprie studentesse e quindi partire, anche in fase di progettazione didattica, dall'immaginario di altre lingue e dal dialogo con chi in classe non è italofono/a, contaminando i saperi, con il proposito e l'opportunità di metter in chiaro difficoltà e misconcetti da parte di tutti e tutte. In questo senso, la lingua della comunicazione in classe, oltre che dell'insegnamento, è naturale che rimanga quella italiana. Mentre le lingue altre, minoritarie solo per presenza – non per valore! –, diventano una risorsa attorno a cui riflettere collettivamente, come portatrici di un sapere matematico *complementare*. Infatti, l'uso di certe parole, di certe espressioni, di certe strutture sintattiche veicola sfumature e modi di concepire gli stessi enti matematici da una prospettiva diversa. Questo, oltre che creare una transizione più fluida verso l'italiano da parte di chi ha un'altra lingua come primo patrimonio linguistico, diventa risorsa condivisa per la comunità di classe. Si passa quindi dal riconoscere le lingue al conoscerle, nella loro relazione con le matematiche, proprio a partire dalle esperienze e dai racconti dei propri studenti e delle proprie studentesse.

Cosa fare? Partire dalle differenze... Spunti dalla lingua cinese

Cerchiamo di approfondire queste differenze culturali, in particolare quelle radicate nella lingua, intesa come bacino culturale continuamente mobilitato nel descrivere e interpretare il mondo. Ragioniamo però da dentro la matematica e fissiamo come area di interesse la geometria. In geometria, alcuni termini specifici derivano da termini di uso comune o condividono sfere di significati con termini di uso comune; per questo in geometria la competenza linguistica risulta particolarmente importante fin da subito, anche prima dei momenti di argomentazione e dimostrazione. Approfondiamo poi un caso specifico, quello della lingua cinese, in relazione alla lingua italiana.

Triangolo in italiano ha un'etimologia piuttosto trasparente *tri* + *angolo*. Il problema è che il *triangolo* non è una collezione di tre angoli, quanto una figura piana, con tre angoli. Il salto epistemologico e concettuale fra angolo e triangolo è quindi poco percepibile rimanendo all'interno della dimensione linguistica. Quello che differenzia questi concetti e li rende utili è il modo d'uso all'interno di una pratica matematica. In altre lingue questo salto di natura epistemologica è più esplicito. Nella lingua cinese il termine *triangolo* si dice 三角形 (*sān jiǎo xíng*), letteralmente, “tre” + “angolo” + “figura”. Da notarsi che nella lingua cinese non esiste il plurale e la specificazione precede l'oggetto che si intende specificare. Nel nostro caso quindi 三角形 significa “figura che ha tre angoli”. Nella lingua cinese c'è quindi una netta differenza fra *tre angoli* (三角) e una *forma con tre angoli* (三角形), dunque assai meno ambiguo del nostro *triangolo*.

Un secondo esempio tratto dalla geometria bidimensionale è quello della differenza fra *superficie* e *area*. Questi due aspetti sono tanto prossimi quanto diversi. La superficie è una parte di piano, l'area è la sua misura. Euclide parla solo della prima, non della seconda: confronta infatti le superfici in maniera sintetica, come equivalenza di estensioni (in particolare come congruenza, sovrapponibilità), non come uguaglianza di aree. In cinese *area* si esprime come 面积 (*miàn jī*) letteralmente “superficie” e “accumulo/quantità/somma/prodotto”. La resa letterale è quindi qualcosa come “accumulazione di superficie” che rende bene l'idea di come si passi da superficie ad area più che attraverso una misura, con un vero e proprio calcolo. Il termine *area* include dunque il termine *superficie*, come “accumulo di”. In questo caso, dunque,

vi è una cesura chiara, ma anche una connessione morfologica evidente, fra due concetti che per noi, pur essendo linguisticamente diversi, si sovrappongono spesso nell'uso.

Passiamo alla geometria solida. Un grosso ostacolo, non tanto per un'ambiguità linguistica quanto per una ridondanza descrittiva, è quello dovuto all'introduzione nel caso tridimensionale del concetto di *spigolo*. Se il bordo di una superficie nel caso piano si dice *lato*, nel caso dello spazio, il bordo di una faccia viene definito *spigolo*. La parola *spigolo* in questo caso, al contrario della relazione angolo-triangolo, pare non avere nulla a che fare con un ente geometrico a esso molto prossimo, il *lato* appunto. Da citare poi il fatto che nel linguaggio quotidiano il termine *spigolo* è o un punto (propriamente un vertice) o una zona attorno a tale punto è spigoloso significa che non è liscio, è puntuto. Torniamo alla lingua cinese così da catalizzare una riflessione collettiva di classe e avviare un ripensamento non solo didattico, ma anche strettamente epistemologico sugli enti fondanti della geometria e i relativi termini, prima ancora delle costruzioni, degli algoritmi e delle dimostrazioni. Anche in cinese *lato* e *spigolo* sono termini distinti, rispettivamente 边 (*biān*) e 棱 (*léng*). Il primo – lato – è assai più usato, ad esempio anche in senso di “parte”, e può sostituire informalmente e sovrapporsi alla sfera di significati del secondo: “bordo del tavolo” si esprime come 桌子边 (*zhuōzi biān*), letteralmente “tavolo” e “lato” ossia “lato del tavolo”; il secondo – spigolo – come in italiano è altamente tecnico e specifico. Tuttavia, un'indicazione del fatto che entrambi siano enti unidimensionali c'è, ed è veicolata non dagli aspetti strettamente lessicali, ma dalla costruzione sintattica. Nel caso della relazione angolo-triangolo, l'accostamento logico tra morfemi (i singoli caratteri cinesi) riusciva a darci un'indicazione matematica (tre + angolo + figura). Ora dobbiamo uscire dal nucleo della parola. La lingua cinese non ha articoli, tuttavia usa delle indicazioni sintattiche per introdurre sostantivi, a volte anche con un ruolo semantico, simile ai nostri “un pezzo di”, “una fetta di”, “una coppia di”. Questi sono detti *classificatori*. Il punto fondante dei classificatori è che, sebbene abbiano una valenza prettamente sintattica – servono ad introdurre nomi – hanno un retaggio semantico e servono proprio ad avviare alla sfera di significati dei sostantivi. Per fare degli esempi: 张 (*zhāng*) viene usato per oggetti piatti, come fogli e tavoli; 本 (*běn*) per libri e quaderni; 条 (*tiáo*) per oggetti lunghi e sottili. Quest'ultimo classificatore viene usato anche in matematica, esattamente per

indicare forme rettilinee, come appunto *lato* e *spigolo*. Abbiamo quindi che *6 lati* e *6 spigoli* vengono rispettivamente indicati con 6条边 (“6” + classificatore + “lati” ossia “6 lati”) e 6条棱 (“6” + classificatore + “spigoli” ossia “6 spigoli”). In questo caso quindi la prossimità lessicale è persa, c’è però una prossimità sintattica e semantica fra due termini che sono concettualmente prossimi. Questo legame è dato dal classificatore 条 che chiarisce come tanto il *lato* quanto lo *spigolo* siano enti geometrici unidimensionali.



La diversità culturale e linguistica degli studenti è quindi una risorsa o un ostacolo per l’insegnamento-apprendimento della matematica?

Quanto accennato sopra è solo una scheggia di un tema enorme, oggetto di varie discipline (comunicazione e pragmatica interculturale). Rimane quindi solo un avvio, una provocazione, un racconto di cosa succede altrove e di cosa potrebbe succedere in una classe, di come studenti e studentesse si trovino spesso a metà fra diversi riferimenti culturali, con paradigmi epistemologici potenzialmente anche in conflitto. Questo però può diventare qualcosa di più di un esperimento mentale, nel momento in cui si comincia a chiedere direttamente agli studenti e alle studentesse – *Come fate voi questa cosa? Come chiamate voi questo oggetto? Come avete imparato questo algoritmo?* – collegando la cultura del “fuori” – quella del “prima” dell’ingresso nella scuola o nel carcere – con quella del “dentro” la classe, ovvero dell’“ora”. Così l’ibridazione di saperi porta ad agire, come educatori ed educatrici, fra culture. Questo conduce, in una reazione a catena, a un riconoscimento reciproco, alla capacità di cogliere le diversità e incentivare il dialogo, così che la conoscenza di classe sia davvero il contributo di ciascuno/a, arricchita dai punti di vista complementari ed eterogenei degli studenti e delle studentesse.

Tale movimento virtuoso è possibile ragionando in termini di competenze interculturali /della docente. Queste sono intese come un insieme di attitudini, conoscenze e abilità che permettono di comunicare – in senso lato – in modo efficace e appropriato con persone di differenti background culturali (Deardorff, 2006). Il cambiamento del/della docente parte da un atteggiamento di apertura, curiosità e rispetto, con tolleranza e senza giudizi; prosegue poi attraverso l’auto-consapevolezza,

la comprensione e la conoscenza delle culture, fino a sviluppare capacità di osservazione, ascolto e interpretazione; si giunge, infine, ad agire in tali contesti in modo flessibile (Deardorff, 2006). Questa è la premessa per una pratica e un insegnamento realmente interculturali della matematica. Manca però ancora un punto, una domanda: *Come è possibile utilizzare in classe queste diversità?* Nella pratica! L'intercultura sin dalle sue prime elaborazioni è sempre stata intesa come processo, non come fine, come modo di vedere le cose e di intenderle in senso di relazioni (Ministero dell'Istruzione, 2007; UNESCO, 2013). Tuttavia, questo non è abbastanza. Una risposta locale va elaborata nel contesto specifico, nella dialettica fra le varie esperienze e conoscenze degli studenti e delle studentesse e le loro identità. In questo senso, trovare una risposta alla domanda *Come è possibile utilizzare in classe queste diversità?* sta all'unicità di ogni contesto, alla specificità di ogni classe e alla volontà, attitudine e conoscenza di ogni docente.

2.2 Didattica della matematica inclusiva

Lucio Cottini, Enrico Angelo Emili,
Alessia Muratori, Chiara Cateni

Inclusione in carcere, è davvero possibile?

Avviando la riflessione sulla tematica della disabilità in ambiente carcerario, salta all'occhio la netta contrapposizione tra due parole: inclusione e reclusione. Parlare di aspetti inclusivi in carcere risulta molto complesso, proprio perché già il contesto di reclusione comporta una privazione della libertà; perciò, risulta quasi un ossimoro parlare di diritti delle persone con specifiche difficoltà. Dalla revisione sistematica della letteratura riferita alla presenza di studenti con disabilità certificata nei contesti carcerari realizzata da De Rocco e Muratori (2024) emerge come la scarsa attenzione alle specifiche difficoltà nei contesti carcerari sia un enorme vuoto. Gli studi fatti in materia riguardano molto spesso delle prove di *assessment* o di “categorizzazione” delle disabilità presenti nei contesti carcerari, non solo italiani. Cercando di intrecciare poi le trame dell'inclusione in contesto carcerario con situazioni di insegnamento-apprendimento, come nel caso della matematica, pochissimi sono i riferimenti a ricerche effettuate con studenti e studentesse con disabilità. Ciò su cui ci pare importante riflettere, alla luce di questo vuoto di ricerca, è in riferimento alla *Convenzione sui Diritti delle Persone Disabili delle Nazioni Unite*⁷ del 2006, che rappresenta un chiaro richiamo alla piena inclusione di tutte le persone in ciascun contesto. In particolare, all'art.5 si trova la riflessione: “vietare ogni forma di discriminazione fondata sulla disabilità e garantire alle persone con disabilità uguale ed effettiva protezione giuridica contro ogni discriminazione qualunque ne sia il fondamento”. Ora ci chiediamo se la privazione della libertà e i contesti carcerari, spesso pieni di barriere non solamente fisiche, ma anche

⁷ Ratifica della Convenzione sui diritti delle persone con disabilità approvata dall'Assemblea Generale delle Nazioni Unite: <https://www.lavoro.gov.it/temi-e-priorita/>.

per quanto riguarda la possibilità di fare entrare ausili o strumenti per l'insegnamento-apprendimento, possano rispettare il diritto delle persone con disabilità a seguire un corso, magari di matematica o di altre discipline, per il raggiungimento del diploma. È chiaro che anche parlare di persone con disabilità nel contesto carcerario assume contorni un po' sfumati, poiché le persone con disabilità grave spesso accedono a percorsi detentivi differenti rispetto al carcere. Vi sono però anche tantissime persone detenute che potrebbero non avere ricevuto una diagnosi, ma che mostrano difficoltà cognitive, di autoregolazione emotiva, anche connesse ad esperienze scolastiche e di vita spesso fallimentari. Oltre che riferirsi alla disabilità, infatti, è necessario tenere in considerazione anche il mondo dei disturbi del neurosviluppo e dei disturbi specifici dell'apprendimento (DSA). Ad esempio, in un lavoro di Ahl et al. (2017) si cita un'esperienza di apprendimento di uno studente detenuto con ADHD (deficit di attenzione e iperattività) per cui uno scambio non diretto con l'insegnante, ma mediato da un quaderno degli esercizi, abbia permesso allo studente di controllare la propria frustrazione nel momento in cui l'insegnante gli faceva notare gli errori. Perciò, l'attenzione agli aspetti inclusivi, benché utopica a prima vista, deve poter essere realizzabile anche in contesti di reclusione. Un framework utile in tal senso potrebbe risultare l'*Universal Design for Learning* (UDL).

Universal Design for Learning

L'impianto teorico dell'UDL nasce sulla scia dei principi dello Universal Design (centrati sull'accessibilità di ambienti, strutture pubbliche e prodotti di uso comune). Si è sviluppato, negli Stati Uniti, grazie agli studi del *Center for Applied Special Technology* (CAST) sul curricolo didattico, l'accessibilità e le tecnologie.

L'obiettivo è promuovere processi di apprendimento autentici e significativi, anche grazie alla personalizzazione e all'individualizzazione didattica. Questo al fine di sviluppare autonomia/intraprendenza, motivazione e capacità strategiche finalizzate al raggiungimento di un obiettivo.

In particolare, facendo riferimento alle neuroscienze, l'UDL si focalizza su tre differenti reti neurali del cervello: affettive, di riconoscimento e strategiche.

Proprio sulla base di queste reti vengono proposti i tre principi che compongono le *Linee guida UDL 3.0* (CAST, 2024):

1. *Progettare molteplici mezzi di coinvolgimento.* Nello specifico, fornendo opzioni di progettazione per accogliere interessi e identità, sostenere lo sforzo e la perseveranza e la capacità emotiva. Il “perché” dell’apprendimento.
2. *Progettare molteplici mezzi di rappresentazione.* Nello specifico, fornendo opzioni di progettazione per la percezione, la lingua e i simboli, la costruzione della conoscenza. Il “cosa” dell’apprendimento.
3. *Progettare molteplici mezzi di azione ed espressione.* Nello specifico, fornendo opzioni di progettazione per l’interazione, l’espressione-comunicazione e lo sviluppo delle strategie. Il “come” dell’apprendimento.

Tali linee guida valorizzano, inoltre, in modo trasversale l’interdipendenza e l’apprendimento collaborativo-cooperativo. Sottolineano l’importanza di accogliere e affermare le identità di tutte e tutti, focalizzandosi, pertanto, anche sul “chi” dell’apprendimento.

I principi dell’UDL rappresentano una bussola finalizzata a supportare i docenti, in tutti gli ordini e gradi scolastici, nella fase di progettazione didattica. Questo al fine di costruire ambienti di apprendimento che, sin dal principio, siano privi di barriere alla partecipazione, al coinvolgimento e all’apprendimento. Di fatto, viene spostata l’attenzione sulle studentesse e sugli studenti, come protagonisti/e attivi/e del proprio percorso di apprendimento in un’ottica co-evolutiva. In sintesi, il/la docente ha il compito di progettare un’offerta didattica flessibile in termini di obiettivi, strumenti, metodologie-strategie e forme di valutazione. Attraverso la guida dei tre principi occorre, altresì, fornire alle e ai/alle discenti la possibilità di compiere scelte consapevoli attraverso una piena e attiva partecipazione.

Nel presente contributo si focalizzerà l’attenzione sulla didattica della matematica inclusiva, che è possibile ritrovare come filo rosso nelle progettazioni presentate nel capitolo 3.1 e seguenti.

Conoscere i processi di apprendimento della matematica per sapere individuare aree di difficoltà

Quando ci si avvicina a persone in ambienti di apprendimento, siano essi scolastici o extrascolastici, è fondamentale saper comprendere da dove nascono le difficoltà, per poter svolgere azioni didattiche che tentino il più possibile di colmare le lacune e di potenziare le aree di maggior debolezza.

Conoscere i processi di apprendimento della matematica risulta quindi fondamentale, sia che si tratti di avere di fronte bambini/e che sono in via di prima acquisizione, sia che ci si trovi in un contesto di educazione in età adulta dove, a maggior ragione, determinate difficoltà possono essersi fossilizzate nel tempo.

Proprio perché all'interno del contesto carcerario ci troviamo di fronte a persone adulte che spesso portano con sé situazioni d'apprendimento fallimentari e che ritengono che la matematica sia ormai una sfida impossibile, è necessario osservare quotidianamente i processi di ragionamento, di calcolo e di problem solving in azione, per individuare le aree in cui fornire supporto e/o strategie individualizzate e personalizzate.

Questa attenzione e comprensione ragionata dell'errore da parte della e del docente è fondamentale anche perché l'intervento didattico non si figuri come una mera ripetizione di ciò che non è stato compreso, ma si focalizzi su aree specifiche dell'apprendimento della matematica.

Durante l'età evolutiva i processi coinvolti nell'apprendimento del numero sono principalmente di tre tipi: processi semantici, processi sintattici e processi lessicali (Lucangeli et al., 2004). I processi semantici riguardano la capacità di attribuire significato ai numeri, ovvero la comprensione delle quantità a cui essi si riferiscono. I processi lessicali si riferiscono all'identificazione e alla produzione dei numeri nel loro formato simbolico, come nel caso della notazione indo-araba. I processi sintattici, infine, concernono l'organizzazione spaziale delle cifre all'interno di un numero, e fanno riferimento alla "grammatica interna" del sistema numerico, ovvero alla comprensione delle regole del sistema posizionale. A partire da queste componenti fondamentali si sviluppano abilità più complesse, quali il conteggio, il calcolo mentale e il calcolo scritto.

Ognuno di questi processi, se non correttamente acquisito, può portare con sé degli errori specifici. L'osservazione dell'errore da parte della e della docente può permettere di comprendere in quale processo agire con interventi di potenziamento o per fornire strumenti compensativi.

Ciascuno degli studenti e delle studentesse che ci troviamo di fronte potrebbe anche presentare una discalculia non riconosciuta, poiché la legge che tutela maggiormente i disturbi specifici dell'apprendimento risale al 2010 (L. 170/2010). Inoltre, diversi studi dimostrano che alcuni quadri di difficoltà in matematica, non individuati o non trattati nelle fasce di sviluppo, possono trasformarsi in tutto e per tutto a quadri simili a quelli delle allieve e degli allievi discalculici, portando così

le difficoltà ad essere incolmabili e generando esperienze di apprendimento sempre più negative e frustranti, con relativo abbandono o rifiuto della materia.

Come intervenire quindi? Alcuni suggerimenti possono aiutare le e i docenti a creare esperienze d'apprendimento positive, sfidanti ma anche attente alle difficoltà delle allieve e degli allievi.

1. Favorire l'educazione al comprendere (non ad apprendere mnemonicamente senza aver compreso) e commentare a voce alta i meccanismi di ragionamento.
2. Utilizzare flessibilmente più stili rappresentativi (non un'unica modalità di rappresentazione).
3. Spostare su più contesti un determinato concetto appreso (trasversalità).
4. Far riflettere gli alunni e le alunne sulle restrizioni intuitive mostrando loro anche come "ragionino" i compagni e le compagne o come esistano differenti strategie risolutive per uno stesso problema.
5. Utilizzo del questionario per mettere in luce gli errori sistematici ed intervenire sulla presenza di misconcetti.

Poiché il contesto carcerario italiano presenta un alto tasso di persone detenute di lingua straniera, una particolare attenzione durante la formulazione di problemi o quesiti va posta a quelle parti del linguaggio poco comprensibili, come ad esempio gli indicali (oggi, domani, questo, lui...), che possono compromettere la comprensione del testo. A tal proposito è sempre consigliabile verificare la comprensione del testo o preparare dei glossari per le parole sconosciute, tra cui quelle proprie della disciplina (lessico specifico), e permettere agli studenti e alle studentesse di utilizzarli in qualsiasi momento.

Inoltre, riveste un ruolo importante la strategia del *problem posing* oltre a quella del *problem solving* (Kilpatrick, 1987), poiché creare situazioni di apprendimento in cui si "lancino sfide" da risolvere agli studenti e alle studentesse può mantenere alta la motivazione e attivare maggiormente le risorse cognitive. Polya (1954) afferma:

"Se l'apprendimento della matematica ha qualcosa a che fare con la scoperta, bisogna dare allo studente qualche opportunità di fare problemi nei quali egli prima congetture e poi dimostra alcuni fatti matematici di livello adeguato" (p. 160).

Se tale metodologia di lavoro si attiva in un clima collaborativo e partecipativo, dove ogni studentessa e ogni studente si sente libero di dire la propria opinione, senza il rischio di sentirsi sbagliata/o o non adeguata/o, anche i momenti di insegnamento/apprendimento della matematica possono rivelarsi sfidanti e piacevoli.

Un altro importante elemento su cui l'insegnante dovrebbe porre la propria attenzione, trattandosi di studenti e studentesse in età adulta, è quello di lavorare sulla metacognizione, intesa come consapevolezza da parte dello studente e della studentessa dei propri meccanismi di apprendimento e delle proprie risorse. Questo permette all'insegnante di potenziare l'autonomia operativa dello studente e della studentessa e alla studentessa e studente stessa/o di sapere scegliere strategie di risoluzione di problemi o esercizi, o tempi e metodi di studio che siano più adatti e che sa che porteranno ad un risultato positivo.

Non va dimenticato che sull'apprendimento agiscono fattori emotivo-motivazionali, che devono essere tenuti in considerazione proprio in connessione alla metacognizione:

“[...] i fattori personali – motivazionali infondono energia alle abilità esecutive di autoregolazione che sono necessarie per la selezione, l'utilizzo e il monitoraggio di strategie” (Borkowski & Muthukrishna, 1992, p. 46).

Questi studenti e studentesse, infatti, spesso hanno sperimentato l'insuccesso formativo o l'abbandono scolastico. Il ruolo del/della docente è fondamentale come mediatore perché lo studente o la studentessa riacquisti, in primis, fiducia nelle proprie capacità e poi si riapprocci alla matematica con positività.

Benché si tratti di un riferimento all'età evolutiva del bambino/a, citiamo la metafora dell'andare in bicicletta di Guidoni presentata da Zan (in nota nel testo) per illustrare il processo d'apprendimento e la difficoltà nel “rigenerare” un positivo approccio alla matematica per studentesse e studenti, come nel nostro caso adulti, per i quali l'esperienza di apprendimento è sempre stata dolorosa:

“[...] l'adulto tiene in equilibrio il bambino sulla bicicletta, e poi sempre più frequentemente lo lascia e gli fa percepire la possibilità di farcela da solo. Nel caso del recupero però è come insegnare ad andare in bicicletta ad un bambino che ci ha provato tante volte senza mai riuscire, cadendo e facendosi male: bisogna prima di tutto convincerlo a riprovare!” (Zan, 2007, p. 240).

Proposte operative per l'insegnamento della matematica in carcere: dall'emozione all'inclusione

L'istruzione degli adulti, come evidenziato dal rapporto INDIRE del 2018, *Viaggio nell'istruzione degli adulti in Italia*, si fonda sulla consapevolezza che la persona adulta che apprende è profondamente diversa dal bambino/a. Chi sceglie di partecipare a un percorso formativo in età adulta, spesso lo fa per motivazioni personali, professionali, sociali. Intende non solo acquisire nuove conoscenze, ma anche intrecciare relazioni significative, ridefinire la propria identità, trovare nuovi strumenti per affrontare la complessità del quotidiano.

Proprio per questo, la motivazione è al centro di ogni teoria dell'apprendimento rivolta alle persone adulte. Quando una persona adulta decide di apprendere, lo fa consapevolmente, con l'obiettivo di cambiare, migliorarsi, affrontare nuove situazioni e perseguire scopi precisi. Questo rende essenziale, per chi insegna, considerare tali specificità, bilanciando i bisogni individuali e quelli del gruppo, adattando la didattica e personalizzando l'offerta formativa (Knowles et al., 2012).

Nelle scuole carcerarie, i gruppi classe sono generalmente molto eterogenei, sia per provenienza ed età, sia in termini di retroterra formativo degli studenti e delle studentesse. Intervengono in questo senso fattori sociali, culturali e anche psicologici che segnano la migrazione, fattori che influenzano persone adulte, anche giovani, detenute in carcere e all'Istituto penale minorile (IPM) (Cerrochi & Porcaro, 2023). Alcune/i studentesse/studenti non hanno avuto nessuna formazione in passato se non l'alfabetizzazione garantita dai CPIA stessi; altri hanno frequentato la scuola primaria o livelli di scolarizzazione successivi; alcuni hanno titoli di studio conseguiti all'estero e non riconosciuti in Italia. Non sono rare le storie di abbandono scolastico anche in seguito a una relazione difficile con la scuola in generale e con la matematica in particolare. A questo si uniscono le differenze di background culturale dipendenti dalle molteplici esperienze di vita in termini di Paese di nascita, lingua parlata, religione, precedenti professioni, etc.

L'insegnamento nel contesto carcerario pone grandi sfide alle e agli insegnanti, anche di tipo più strettamente organizzativo: spostamenti difficoltosi all'interno del carcere, utilizzo di strumenti soggetti alle restrizioni necessarie per garantire la sicurezza e dotazioni digitali scarse,

raramente connesse alla rete internet (Cateni et al., 2025; Decembrotto & Maffia, 2024).

Insegnare matematica in una situazione come quella descritta, significa prima di tutto confrontarsi con vissuti di fallimento scolastico, rifiuto del sapere, paura dell'errore e ansia da prestazione. Questi elementi, già ben noti a chi lavora nella scuola primaria con bambini/e che incontrano difficoltà nell'apprendimento matematico, diventano ancora più marcati in un contesto detentivo, dove l'esperienza educativa si intreccia inevitabilmente con un percorso biografico spesso interrotto, segnato da esclusioni, frustrazioni e marginalità. La matematica, percepita come una disciplina fredda, rigida, poco accessibile, può rappresentare per gli studenti e le studentesse detenuti/e una barriera simbolica prima ancora che cognitiva.

Essere studenti e studentesse adulti/e non è facile. Intervengono la timidezza, la paura del fallimento, il bisogno di gratificazioni, il pudore. Il ruolo dell'insegnante, allora, non può essere neutro o distaccato: è fondamentale una disponibilità continua a mettere in discussione le proprie convinzioni, per accogliere gli studenti e le studentesse là dove si trovano, valorizzando ogni piccolo passo, ogni scoperta, ogni partecipazione.

Alla fine del percorso, ciò che conta davvero non è la quantità di contenuti appresi, ma come ognuno si è mosso lungo il cammino.

Nella progettazione di percorsi educativi per persone adulte è prioritario creare fin da subito un clima di fiducia e rispetto, uno spazio in cui tutti possano esprimere le proprie opinioni e considerazioni, senza il timore del giudizio della o del docente o dei compagni o delle compagne, in cui l'errore sia occasione di confronto e trampolino di lancio per nuove esplorazioni, che offra occasioni di successo anche a chi ha interiorizzato l'idea di "non essere portato" per la matematica (Pertichino & Faggiano, 2002).

Una proposta concreta parte da situazioni problematiche legate alla vita quotidiana in carcere, utilizzando compiti autentici che diano senso e utilità immediata all'apprendimento, a partire dalle esperienze pregresse di ciascuno: scolastiche, lavorative, legate alla vita vissuta (Porcaro, 2018; Porcaro et al., 2020).

Inoltre, proporre situazioni che stimolino l'interesse, ancorate al vissuto personale, aiuta a distogliere gli studenti e le studentesse dal pensiero fisso del contesto nel quale si trovano e del mondo dal quale sono stati separati.

Ad esempio, esercizi che implicano la gestione di un piccolo budget settimanale, la lettura di orari o la comprensione di percentuali nelle comunicazioni ufficiali possono rappresentare un primo passo per riavvicinare lo studente/la studentessa alla matematica attraverso contesti familiari e motivanti. L'obiettivo non è semplificare, ma dare significato all'apprendimento, attivando conoscenze pregresse spesso sottovalutate o non riconosciute come "matematiche".

È essenziale offrire diverse rappresentazioni dello stesso concetto: usare il linguaggio naturale accanto a quello simbolico, affiancare diagrammi, immagini e oggetti concreti alla rappresentazione astratta.

Per favorire l'espressione e la partecipazione attiva, è utile offrire modalità diverse di approccio e risoluzione dei problemi: spiegare una procedura a voce, disegnarla, descriverla per iscritto, o ancora costruirla con materiali a disposizione. In questo modo, si valorizzano stili cognitivi differenti e si rende visibile il pensiero matematico anche quando non si è ancora in grado di formalizzarlo correttamente. Inoltre, consentire agli studenti di scegliere tra varie attività (ad esempio, risolvere un problema, creare un gioco didattico, spiegare un concetto a un compagno) permette di rafforzare il senso di autodeterminazione, uno degli elementi chiave per favorire la motivazione.

Un esempio concreto nell'ambito della geometria può consistere nell'utilizzo di un semplice artefatto, ispirato alla didattica di Emma Castelnuovo, come un anello di spago teso fra indice e pollice delle due mani. In questo modo si può esplorare la relazione tra area e perimetro e come sia difficile andare contro l'intuizione errata della mente, che suggerisce che al crescere del perimetro cresca anche l'area e viceversa (D'Amore & Fandiño Pinilla, 2005).

È la stessa Castelnuovo a raccontare come gli allievi faticino a vedere che "se uno spago viene tenuto a mo' di rettangolo fra l'indice e il pollice delle due mani, avvicinando e allontanando le dita di una stessa mano l'area cambia, e sostengono [...] che l'area non può cambiare perché il perimetro è sempre lo stesso, [...] che se diminuisce l'altezza del rettangolo aumenta la base e quindi le dimensioni si compensano" (Castelnuovo, 1967, p. 543). Il suo racconto si riferisce a giovani studenti e studentesse, ma l'esperienza didattica ci mostra che per gli adulti vale la stessa cosa. A un certo punto, nel muovere lo spago, si giunge al caso limite, in cui una delle due dimensioni si azzerava, ed ecco che la mente si apre a nuove possibilità.

Un aspetto cruciale della didattica in carcere, che abbiamo già citato, ma che merita un piccolo approfondimento è il lavoro sull'errore, che va presentato come occasione di riflessione e crescita, non come conferma di inadeguatezza. Gli studenti e le studentesse detenuti/e portano spesso con sé un'immagine scolastica negativa di sé stessi/e, incapaci di comprendere una materia in cui l'insegnante pare essere l'unico detentore di una verità sacrale, immagine confermata da una valutazione punitiva e mai costruttiva. Proporre esercizi in cui si analizzano e discutono errori comuni, senza giudizio, può aiutare a decostruire questa visione, mentre contemporaneamente si offrono opportunità per potenziare il senso di autoefficacia.

Infine, ma non ultima in ordine di importanza, è fondamentale considerare la dimensione affettiva dell'apprendimento matematico (Di Martino & Zan, 2011). Il ruolo dell'insegnante, in carcere, non è solo quello di trasmettitore di conoscenze, ma anche di mediatore simbolico che può contribuire a ridare significato all'esperienza scolastica. L'insegnante che sa ascoltare, che valorizza ogni tentativo, che sa pazientare davanti alle difficoltà, può fare la differenza tra un nuovo rifiuto e un nuovo inizio. In questo senso, insegnare matematica in carcere non è soltanto una sfida didattica, ma un gesto di fiducia nelle possibilità trasformative dell'educazione.

2.3 La matematica della strada e la matematica della scuola

Andrea Maffia, Elena Camilletti

Non si apprende la matematica solo tra le mura scolastiche. Le competenze matematiche sono sviluppate anche in altri contesti formali (per es. quello lavorativo) oltre che in numerosi altri contesti informali e non formali. Se questo risulta già evidente dai primissimi anni di istruzione, appare inevitabile nel contesto dell'istruzione delle persone adulte, che hanno accumulato svariate esperienze di successo o insuccesso nel risolvere problemi di vita professionale e quotidiana in cui le competenze matematiche giocano un ruolo. Inoltre, tra le motivazioni che spesso spingono le persone adulte a tornare a lavorare sulle loro conoscenze e abilità in ambito matematico c'è proprio il desiderio di acquisire strumenti utili a semplificare la vita quotidiana, ad esercitare la propria autonomia o per accedere a nuove opportunità professionali. Queste constatazioni suggeriscono la necessità di una riflessione sulla matematica che si studia tra le mura scolastiche e quella che invece è praticata fuori dal contesto dell'istruzione formale: una può supportare lo sviluppo dell'altra e viceversa?

In questo capitolo proponiamo una riflessione su questi temi facendo riferimento a quanto la ricerca scientifica ha documentato e studiato. Faremo riferimento alla distinzione introdotta da Nunes e colleghi (1993) tra *matematica della scuola* e *matematica della strada*. Secondo questi autori, tale distinzione non dipende solo dal contesto in cui vengono praticate, ma dalla logica a cui le due matematiche obbediscono. La prima risponde all'esigenza di rispondere alle aspettative dell'insegnante utilizzando schemi di comportamento riconosciuti adatti per via dell'autorità del/della docente stesso/a. La seconda risponde, invece, a logiche contestuali e culturali (per es. determinare qual è un prezzo onesto o giusto) e obbedisce a schemi di comportamento di tipo pragmatico, che comunque possono essere sufficientemente generali da permettere di operare in una classe di situazioni. Un esempio può aiutare a comprendere la diffe-

renza che c'è tra le due: mentre nella matematica scolastica le premesse per l'attività matematica (per es. i dati numerici di un problema) sono forniti dall'autorità – l'insegnante o il libro di testo – e semplicemente acquisiti dal /dalla discente, nella matematica della strada questi sono oggetto di valutazione da parte di chi risolve il compito che, di fronte a premesse inaccettabili (per es. un prezzo unitario troppo alto per un prodotto), può decidere di modificare l'informazione o rifiutarsi di svolgere il compito (per es. calcolare il prezzo totale).

Da un lato, gli educatori e le educatrici auspicerebbero che la matematica appresa a scuola sia di supporto alla matematica della strada, nello spirito dello sviluppo della cosiddetta *numeracy*, di cui parleremo nella prima sezione di questo capitolo. Tuttavia, la ricerca documenta svariate situazioni in cui invece la matematica della scuola e quella della strada possono entrare in conflitto. Lo mostreremo nelle altre sezioni di questo capitolo con particolare riferimento al calcolo aritmetico e alla proporzionalità.

Numeracy, ovvero la matematica per la vita quotidiana

L'indagine *Programme for the International Assessment of Adult Competencies* (PIAAC) (svolta da OCSE per indagare le competenze degli adulti tra i 16 e i 65 anni) ha evidenziato che circa il 30% delle persone adulte italiane possiede bassi livelli di competenza matematica. Questo dato è allarmante perché questi adulti rischiano esclusione sociale, difficoltà lavorative e incapacità di affrontare le sfide della vita quotidiana (Gal et al., 2020). Nel mondo contemporaneo, caratterizzato da cambiamenti tecnologici rapidi e un flusso costante di informazioni, la *numeracy* (detta anche *mathematical literacy*, ovvero alfabetizzazione matematica) è una competenza indispensabile (cfr. Tout, 2020). Insieme ad altre competenze, è alla base della partecipazione attiva nella società, dell'accesso all'istruzione e dell'inserimento e permanenza nel mercato del lavoro.

In questo contesto nasce il *Common European Numeracy Framework* (CENF), promosso nell'ambito del programma Erasmus (Hoogland & van Groenestijn, 2021). Il suo obiettivo è creare un quadro condiviso per descrivere e confrontare le competenze matematiche degli/delle adulti/e in Europa, promuovendo un'educazione alla numeracy che sia funzionale, contestualizzata e orientata alla cittadinanza attiva. All'interno di

questo quadro di riferimento si definisce la numeracy come la capacità di accedere, usare e ragionare criticamente su contenuti, informazioni e idee matematiche rappresentate in diversi modi, al fine di affrontare e gestire le richieste matematiche di una varietà di situazioni della vita adulta.

Il concetto centrale è quello di “comportamento numerato” (*numerate behaviour*), ossia l’azione messa in atto da una persona adulta per affrontare problemi o situazioni che implicano il ricorso alla matematica. Questi comportamenti sono caratterizzati da quattro dimensioni non disgiunte (cfr. Ginsburg et al., 2006):

- *Contesto*: include situazioni personali (es. gestione della spesa, budget familiare); situazioni sociali (per es. partecipazione alla vita civica, lettura di statistiche sanitarie); situazioni lavorative (per es. turni, misure, percentuali sul posto di lavoro); situazioni educative o professionali (per es. formazione tecnica, compiti accademici).
- *Contenuto matematico*: quantità e numero, spazio e figure, relazioni e cambiamenti, dati e previsioni.
- *Disposizioni*: atteggiamenti, convinzioni, emozioni e senso di auto-efficacia rispetto alla matematica. Ad esempio, l’ansia matematica può compromettere la numeracy anche in presenza di buone conoscenze. Atteggiamenti di flessibilità e adattività (nella scelta dei processi risolutivi) e disponibilità alla collaborazione influenzano positivamente la numeracy.
- *Competenze di ordine superiore*: includono il pensiero critico (compreso il giudizio sull’affidabilità delle fonti di dati), la capacità di analizzare, pianificare, monitorare, riflettere e prendere decisioni sulla base del ragionamento matematico.

La numeracy emerge dall’interazione tra la persona, la situazione e il contesto culturale; può manifestarsi diversamente al variare di ciascuna delle quattro dimensioni presentate sopra (Hoogland & van Groenestijn, 2021). Si tratta di una competenza in evoluzione, influenzata dalle esperienze scolastiche passate e dalle esperienze maturate nella vita adulta (anche professionali, ma non solo).

Il CENF (Hoogland & van Groenestijn, 2021) propone sei gradi di competenza numerica, ispirati al quadro comune europeo sulle competenze linguistiche. Sono organizzati in tre blocchi (X, Y e Z, rispettivamente base, intermedio e avanzato) ciascuno dei quali è diviso in due

livelli (per cui si avranno i livelli X1 e X2, Y1 e Y2, Z1 e Z2). Nei livelli base, la persona adulta gestisce solo situazioni familiari, con informazioni esplicite. Esegue procedure elementari (per es. lettura di orari, uso del calendario, misure con unità di misura standard) ed utilizza rappresentazioni e dispositivi digitali semplici (per es. orologio digitale, calcolatrice). Nel costruire queste competenze, si perseguono obiettivi di inclusione sociale e autonomia nella vita quotidiana.

A livello intermedio, la persona adulta gestisce situazioni che richiedono più passaggi o la scelta tra diverse strategie; utilizza numeri decimali, percentuali comuni, frazioni semplici, relazioni di proporzionalità; interpreta dati da grafici, testi, tabelle producendo anche semplici inferenze; utilizza applicativi digitali (per es. fogli di calcolo, strumenti digitali) per la casa, il lavoro, o il tempo libero. La costruzione di queste competenze concorre alla partecipazione alla vita sociale e lavorativa, alla formazione professionale, allo sviluppo del pensiero critico in compiti reali.

Il livello avanzato richiede la gestione di situazioni complesse e non familiari, ivi compreso l'uso di modelli matematici e rappresentazioni astratte. L'analisi dei dati è approfondita e si operano valutazioni di probabilità e interpretazioni di formule espresse in linguaggio algebrico. Questo livello di competenza richiede la capacità di comunicare argomentazioni ben strutturate e di utilizzare software statistici e matematici standard o avanzati anche in contesti professionali specialistici. A questo livello si promuove un uso specialistico e professionale della matematica, in ruoli di alta responsabilità e/o in ambito accademico.

L'obiettivo con cui è stato sviluppato il CENF è quello di avere un quadro utile a collocare ogni individuo su una scala comune e di favorire la mobilità e il riconoscimento delle competenze nei vari Paesi europei. Tuttavia, esso può e vuole anche essere un riferimento utile alla progettazione didattica per chi si occupa di istruzione delle persone adulte in ambito matematico (Hoogland & van Groenestijn, 2021).

Il calcolo aritmetico nelle compravendite

Quando si vuole esemplificare l'uso della matematica nella vita quotidiana, il riferimento ai conti che si effettuano nelle compravendite viene spesso presentato. Nella sezione precedente lo abbiamo citato tra i contesti a cui la numeracy pertiene, e il collegamento con contenuti matematici relativi ai numeri e alla loro aritmetica appare immediato.

La capacità di svolgere semplici calcoli per prendere decisioni all'interno di compravendite appare importante in termini dello sviluppo dell'autonomia personale. Tuttavia, il legame tra le capacità di calcolo che le persone maturano in contesto scolastico e quelle che vengono utilizzate nella vita quotidiana (per es. nel contesto delle spese personali o nell'attività professionale commerciale) è tutt'altro che diretto e ovvio. Nel suo libro *"Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life"*, Jean Lave (1988) riferisce, tra gli altri, di un esperimento che ha coinvolto 34 adulti americani. Nell'esperimento le persone hanno svolto un test di aritmetica, sono state osservate durante le loro compere al supermercato e coinvolte in una simulazione di scelta tra alcuni prodotti da acquistare (ovvero nella determinazione del più conveniente). Le persone coinvolte nei test di aritmetica ricevettero dei risultati mediocri (circa il 60% di risposte corrette) mentre i calcoli svolti nel contesto del supermercato e durante la simulazione risultarono corretti nella maggior parte dei casi (rispettivamente 93% e 98%). Inoltre, i risultati nelle prove in contesto reale e simulato non erano in nessun tipo di relazione statisticamente significativa con l'età, gli anni di scolarizzazione o gli anni trascorsi dalla fine della frequenza scolastica. I pochissimi errori registrati nel contesto del supermercato non consistevano nel fornire un risultato errato: i calcoli venivano occasionalmente abbandonati a metà. L'acquirente si bloccava durante il processo e decideva di utilizzare argomenti diversi (non matematici) per risolvere un problema quantitativo (ad esempio, rimandando un acquisto o "prendendo il pezzo grosso perché tanto non va a male").

Sono allineati i risultati ottenuti in una ricerca svolta in Brasile da Nunes e colleghi (1993), i quali osservarono un gruppo di giovanissimi commercianti che, oltre a lavorare al mercato della frutta, frequentavano le lezioni nella scuola locale. La Tabella 2 riporta i risultati ottenuti dai cinque soggetti (uno per ogni riga) nei tre test a cui sono stati sottoposti. Il test "informale" si riferisce alle domande sui prezzi effettuate sul posto di lavoro (e.g. "quanto mi costano 5 mango se costano 0,99 l'uno?") mentre i test formali sono stati somministrati in ambiente scolastico. Le operazioni aritmetiche sono state somministrate mediante una scheda ed erano esattamente le stesse operazioni richieste al mercato (nell'esempio di prima $5 \times 0,99 = _$). I problemi a parole erano presentati in forma scritta e presentavano le stesse operazioni all'interno di un testo che descriveva contesti analoghi a quello del mercato. I punteggi sono normalizzati a 10

(0 è il minimo e 10 è il massimo); il numero di domande fatte dipendeva dalla disponibilità dell'intervistato ad andare avanti.

Soggetto	Test formali					
	Test informale		Operazioni aritmetiche		Problemi a parole	
	Punteggio	N° Domande	Punteggio	N° Domande	Punteggio	N° Domande
M	10	18	2,5	8	10	11
P	8,9	18	3,7	8	6,9	16
Pi	10	12	5,0	6	10	11
Md	10	7	1,0	10	3,3	12
S	10	7	8,3	6	7,3	11

Tabella 2. Risultati dello studio condotto da Nunes e colleghi (1993) in Brasile

Dalla tabella possiamo notare che i punteggi nel contesto informale sono pressoché perfetti per quasi tutti i soggetti. La situazione cambia notevolmente in ambiente scolastico e le prestazioni nello svolgimento di operazioni riportate su una scheda sono particolarmente problematiche. Presi insieme ai dati dello studio di Lave (e vari altri studi che nel tempo hanno registrato risultati analoghi), questi dati ci fanno notare che le strategie di calcolo utilizzate per le spese in contesti di vita quotidiana o professionale non sembrano poi risultare efficaci nel contesto dei test di aritmetica. Questo può dipendere da vari fattori: è possibile che non si riconosca la possibilità di utilizzare quelle strategie nel contesto scolastico, così come è possibile che intervengano altri fattori di tipo emotivo legati al contesto scolastico stesso o alla modalità di somministrazione (che era scritta, mentre negli altri casi veniva usato il calcolo mentale). Quello che appare evidente è che le prestazioni scolastiche in test scritti non sono necessariamente indicative della numeracy. Nella sezione successiva noteremo che questo non vale soltanto per il calcolo delle quattro operazioni elementari.

Edilizia, pesca e proporzionalità

Molte delle applicazioni della matematica nella vita quotidiana e professionale fanno leva sul cosiddetto pensiero proporzionale, generalmente applicabile quando la crescita di una certa quantità corrisponde alla crescita di un'altra quantità in modo che il loro rapporto resti costante (proporzionalità diretta). Le situazioni in cui questa tipologia di schema può essere adottato sono moltissime: il calcolo delle concentrazioni, le riduzioni in scala, i dosaggi nelle ricette, ecc.

Carraher (1986) ha intervistato alcuni capisquadra di cantieri edili e alcuni studenti brasiliani del grado 7 (equivalente per noi alla classe seconda della secondaria di primo grado) ponendo loro un problema di proporzionalità. Mostrava alcune piantine di case sulle quali erano indicate le misure solo di alcune pareti e chiedeva di determinare le misure delle altre. Le piantine erano in scale diverse, alcune usuali per i capisquadra (1:50, 1:100), altre scelte tra quelle non utilizzate normalmente in campo edile (1:40, 3:100). I capisquadra sono soliti calcolare la misura reale che dovrà avere un certo muro disegnato su un progetto, ma il compito proposto era per loro inusuale. Gli studenti invece non avevano familiarità con i progetti, ma avevano a disposizione un algoritmo appreso a scuola per risolvere questo tipo di problemi: la cosiddetta "regola del tre semplice". Nei quesiti posti con scale familiari, i capisquadra svolsero il compito molto meglio degli studenti; le loro performance risultarono invece simili nei compiti in cui la scala non era una di quelle familiari. Sorprendentemente, il numero di risposte corrette all'interno del gruppo dei capisquadra non è correlato ai loro anni di scolarizzazione: al contrario, coloro che avevano più anni di scolarizzazione alle spalle sbagliarono più frequentemente nei problemi con scale non familiari. Gli studenti, invece, mostrarono performance simili in tutte le situazioni presentate. Potremmo quindi supporre che la matematica della strada (in questo caso appresa sul luogo di lavoro) non permetta di trasferire le strategie risolutive per un certo tipo di problema ad altri problemi anche molto simili.

Questo è in parte smentito da uno studio di Schliemann e Nunes (1990) a proposito delle applicazioni del pensiero proporzionale da parte di pescatori. I pescatori calcolano i loro incassi in funzione del peso del pesce pescato; inoltre, la scelta del prezzo di un determinato prodotto può dipendere dal rapporto tra il pescato non processato e quello processato che se ne ricaverà (per es. il peso dei crostacei sgusciati che si

ottengono da una certa quantità di crostacei con guscio), solitamente espresso in termini di quanto pesce non processato serve per ottenere un'unità di pesce processato (rapporto unitario). I ricercatori hanno chiesto a un gruppo di 22 pescatori di risolvere quattro consegne. La prima consisteva nel determinare quanto avrebbero incassato dalla vendita del loro pescato del giorno; nella seconda veniva fornito l'incasso totale di un altro pescatore per una data quantità di pescato non processato e si chiedeva di determinare il prezzo al chilo. Nelle altre due consegne si chiedeva invece di operare in modo inverso, calcolando il non processato a partire dal processato ottenuto chiedendo in un caso il rapporto unitario e nell'altro un rapporto non semplificabile come rapporto unitario (numeratore e denominatore coprimi). Le interviste si sono svolte sul luogo di lavoro dei pescatori. La percentuale di pescatori che ha svolto correttamente le consegne più vicine ai calcoli che effettuano quotidianamente sul lavoro è più alta rispetto a quanto ottenuto per i problemi inversi. La percentuale è comunque molto alta anche per queste consegne meno familiari, indicando che i pescatori sono stati in grado di applicare le strategie apprese per un compito familiare a uno non familiare (inverso). Tuttavia, in un secondo studio, Nunes e colleghi (1993) hanno notato come, variando i numeri all'interno delle consegne proposte, i pescatori tendevano ad utilizzare sempre lo stesso tipo di strategia, anche quando non era la più efficiente rispetto ai particolari numeri dati. Questo risultato è in accordo con quanto osservato da Maffia e Mariotti (2018) che hanno messo in luce, anche nel contesto italiano, che adulti con meno anni di scolarizzazione riescono a risolvere problemi moltiplicativi tanto quanto soggetti più scolarizzati, ma lo fanno con scarsa flessibilità rispetto alle strategie adottate.

Conclusione

Lo sviluppo della numeracy appare fondamentale per esercitare la propria autonomia come cittadini e cittadine attivi/e, come individui efficaci e professionisti/e competenti. Tuttavia, la ricerca citata mostra come la matematica della strada e la matematica della scuola siano molto diverse l'una dall'altra. Per esempio, si è visto che la matematica della strada è prevalentemente orale, mentre quella della scuola è molto più spesso scritta. Si è notato che la matematica della strada è estremamente agganciata al contesto, più semantica che sintattica. Questo si è di-

mostrato essere un limite: alcuni studi hanno evidenziato come questo possa comportare una forte rigidità, ovvero una scarsa disponibilità a variare strategie di fronte a situazioni problematiche non note o che potrebbero essere affrontate in modo più efficace diversamente. D'altra parte, un maggiore aggancio al contesto può anche avere risvolti positivi. Per esempio, in uno studio condotto da Grando (1988, citato in Nunes et al, 1993), vengono messi a confronto i calcoli svolti da alcuni contadini per risolvere dei problemi che riguardano il loro contesto lavorativo con quanto fatto da studenti di scuola primaria e secondaria. Emerge che, laddove ci sono degli errori, i contadini non forniscono mai risultati irragionevoli rispetto alla situazione proposta, cosa che invece gli studenti o le studentesse fanno.

Nell'esperienza della seconda autrice di questo capitolo, i differenti atteggiamenti nei confronti della matematica di strada e quella scolastica, emergono anche all'interno della stessa classe. Per esempio, gli studenti in carcere sono abituati a cucinare spesso, anche senza conoscere la teoria delle proporzioni o delle equazioni; si regolano "a occhio" per adattare le dosi. Individuano che, se una torta richiede 500 grammi di farina per 4 persone, allora per 6 persone serviranno circa 750 grammi, ma i processi per giungere a tale risultato sono diversi. In una lezione di matematica sul tema, uno studente detenuto riferisce: "Se 500 grammi di farina bastano per 4 persone, allora per 1 persona saranno 125 grammi (perché 500 diviso 4 fa 125). Quindi, per 6 persone userò 125 grammi per ognuno: $125 \times 6 = 750$ grammi." In questo ragionamento, lo studente calcola il valore per una sola unità (una persona), poi lo moltiplica per il numero desiderato (6 persone): un'applicazione pratica e corretta del concetto di valore unitario, anche senza conoscerne il nome.

Quando il problema è stato modificato con un valore meno "comodo" – 350 grammi di farina per 4 persone – uno degli studenti ha ragionato per stime, dicendo: "350 diviso 2 fa 175, 175 diviso 2 fa poco più di 85. Allora, per 1 persona saranno circa 86/87 grammi. Per 6 persone: $86 \times 6 = 516$ grammi". Un altro studente, invece, ha preferito evitare i decimali: "Se 350 grammi bastano per 4 persone, allora per 8 persone ne servono 700. Quindi per 6 persone ci vorranno circa 500 grammi". Entrambi si sono avvicinati al risultato esatto (525 grammi) pur usando strategie diverse e personali. Tuttavia, il ricorso a logiche più pragmatiche non manca: "Mia moglie avrebbe fatto due torte. È sempre meglio che avanzi qualcosa!"

Questi studenti hanno faticato ad accettare la matematica scolastica tradizionale, come le classiche proporzioni, che percepivano distante dal loro modo abituale di ragionare. Altri corsisti, che non avevano a disposizione strategie intuitive per questo tipo di problemi, hanno trovato proprio nella più classica proporzione uno strumento utile per orientarsi e risolvere problemi.

Secondo gli autori del CENF le persone adulte imparano in modo funzionale, contestuale, collaborativo e spesso attraverso l'esperienza; pertanto, occorrerebbe un apprendimento situato, riferito a contesti reali, con materiali autentici. Tuttavia, questo potrebbe portare a scarsa flessibilità e generalizzabilità di quanto appreso. Al fine di evitarlo, si può seguire il consiglio dato dagli stessi autori (Hoogland & van Groenestijn, 2021) che invitano allo svolgimento di attività di *problem solving* relative a problemi realistici, che contemporaneamente stimolano il ragionamento e valorizzano le conoscenze pregresse. Questo appare particolarmente efficace in contesti di dialogo e collaborazione e in ambienti didattici flessibili che favoriscono la personalizzazione degli apprendimenti, oltre che rispettosi delle disposizioni individuali dato che, come è ben noto, l'ansia, la scarsa autostima o le esperienze scolastiche negative possono ostacolare l'apprendimento. Occorre inoltre stabilire quello che Maffia e Decembrotto (2022) definiscono “un clima di reciproca fiducia tra insegnante e discente”, perché lo studente e la studentessa adulto/a si senta autorizzato a proporre anche quelle strategie che ha maturato fuori dalla scuola ma che teme da essa siano rigettate, così come documentato alcune volte proprio nel contesto carcerario (Maffia & Decembrotto, 2022).

2.4 Il laboratorio di matematica: un approccio vincente anche in carcere

Chiara Giberti, Roberto Sacco

Il laboratorio di Matematica

Il termine “laboratorio” viene spesso usato in ambito scolastico. Si parla, per esempio, di “attività laboratoriali” per indicare attività di carattere pratico e che possono prevedere lavori di gruppo. In molte scuole sono presenti aule attrezzate per svolgere esperimenti riguardanti discipline scientifiche o esercitazioni tecnico-pratiche e queste aule sono solitamente indicate come laboratori. Ma cosa si intende con “laboratorio di matematica”?

L'idea di laboratorio in ambito educativo nasce all'inizio del '900 con il contributo di diversi pedagogisti, che sostenevano l'importanza di attività finalizzate a promuovere la costruzione attiva delle conoscenze (Giacardi, 2011). È però solo negli ultimi decenni del Novecento che il laboratorio di matematica si sviluppa, in Italia, anche grazie alle riflessioni teoriche e le esperienze pratiche proposte dalla matematica e insegnante Emma Castelnuovo. Castelnuovo (1963) mostra come la classe possa essere vissuta come un laboratorio continuo, in cui, grazie all'uso di materiali poveri, all'immaginazione, al dialogo tra studenti e studentesse e a un approccio intuitivo e dinamico alla matematica, si possono costruire attivamente i significati degli oggetti matematici.

Nei primi anni 2000, l'importante lavoro compiuto dall'Unione Matematica Italiana (UMI) in seno alla Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica (CIIM), ha portato al progetto *Matematica per il cittadino* che sottolinea la centralità del laboratorio di matematica e lo definisce utilizzando la metafora della bottega rinascimentale:

“Il laboratorio di matematica non è un luogo fisico diverso dalla classe, è piuttosto un insieme strutturato di attività volte alla costruzione di significati degli oggetti matematici. Il laboratorio, quindi, coinvolge persone [...], strutture [...], idee [...]. L'ambiente del laboratorio

di matematica è in qualche modo assimilabile a quello della bottega rinascimentale, nella quale gli apprendisti imparavano facendo e vedendo fare, comunicando fra loro e con gli esperti. La costruzione di significati, nel laboratorio di matematica, è strettamente legata, da una parte, all'uso degli strumenti utilizzati nelle varie attività, dall'altra, alle interazioni tra le persone che si sviluppano durante l'esercizio di tali attività." (UMI-CIIM, 2003, p. 28)

Il laboratorio di matematica è un approccio che permette di adattarsi a molteplici contesti e tenere conto delle numerose differenze che possono essere presenti in classe. Ma in che modo è possibile svolgere laboratori di matematica anche in contesti complessi e in continuo cambiamento come la scuola in carcere? In questo contributo intendiamo avviare una riflessione su come le specifiche caratteristiche di un approccio laboratoriale all'insegnamento della matematica possano assumere diverse connotazioni se si pensa alla scuola ordinaria che tutti conosciamo, la cosiddetta "scuola del mattino", oppure alla scuola in carcere.

Contesti differenti, laboratori differenti?

La prima importante specificità che caratterizza i due contesti è la composizione del gruppo classe. Rispetto all'età di studenti e studentesse occorre distinguere tra Istituti Penitenziari per i Minorenni (IPM) e per persone adulte.

Gli IPM ospitano principalmente minori tra i 14 e i 18 anni, vi sono quindi anche persone che non hanno ancora assolto l'obbligo scolastico e, nella maggior parte dei casi, il percorso scolastico precedente alla detenzione è discontinuo o assente. Inoltre, l'obbligo di frequenza per i minori fino a 16 anni, unito a una forte eterogeneità geografica e culturale, porta spesso a incomprensioni, scontri e conseguenti provvedimenti disciplinari che possono provocare un'ulteriore discontinuità. Negli IPM, molti degli stessi problemi che si possono riscontrare nella scuola del mattino (ad es. scarso interesse, episodi di bullismo e/o violenza) si aggiungono a un contesto già critico come quello carcerario, caratterizzato da malcontenti e proteste per le condizioni di detenzione. Questi fattori costituiscono un elemento importante da considerare nella progettazione dell'attività didattica in generale e, in particolare, dei laboratori di matematica.

Nelle carceri per adulti, una situazione simile a quella descritta è presente tra giovani adulti/e (età tra i 18 e i 25 anni). Tuttavia, in generale, nelle case circondariali e di reclusione c'è un diverso approccio alla scuola, dettato dalla libera scelta di intraprendere un percorso di studi e dal fatto che ogni persona porta con sé le proprie esperienze di vita e lavorative, che possono essere valorizzate dai/dalle docenti anche durante le ore di matematica. Detto questo, la percentuale di frequentanti la scuola in carcere è comunque molto ridotta e le barriere linguistiche e socio-culturali possono diventare un ostacolo sia all'accesso alla scuola sia nel percorso scolastico stesso: nonostante la presenza di percorsi di alfabetizzazione, la carenza di personale e il sovraffollamento si traducono, spesso, in classi del primo periodo (corrispondente alla scuola secondaria di primo grado) che comprendono molte persone con un diverso *background* migratorio. Inoltre, la frequenza è spesso discontinua per diverse ragioni che comprendono problematiche psico-fisiche delle persone ristrette (spesso legate a dipendenze da droghe e/o disturbi psichiatrici) ma anche una non sufficiente valorizzazione della scuola in carcere che viene spesso interpretata (e a volte proposta) come una delle diverse attività offerte per uscire dalla cella.

Chiarite queste criticità, due aspetti che accomunano tutte le realtà scolastiche carcerarie e le rendono peculiari rispetto alle scuole del mattino sono sicuramente la composizione rispetto al genere (dovuta alla separazione fisica tra istituti penitenziari maschili e femminili) e l'elevata discontinuità didattica. Rispetto al secondo punto, in particolare all'interno delle case circondariali in cui vi sono persone in attesa di giudizio, gli studenti e le studentesse vengono spesso trasferiti/e, posti/e agli arresti domiciliari o rilasciati/e senza preavviso in un momento qualsiasi del percorso. Il gruppo classe è soggetto a cambiamenti anche drastici tra inizio e fine ciclo dovuti a trasferimenti/rilasci ma anche a nuove iscrizioni che possono pervenire durante il corso dell'anno. Nelle case di reclusione questo fattore gioca un ruolo minore in quanto si conosce la durata della pena e risulta più semplice avviare il percorso scolastico anche in vista di un eventuale trasferimento. Per questo motivo, le attività laboratoriali, che sono solitamente attività di ampio respiro, richiedono un ripensamento e una rimodulazione se proposte nella scuola in carcere: il laboratorio potrebbe infatti essere composto da più attività tra loro collegate ma auto-concludenti in modo da essere fruibile anche in caso di cambiamenti nella composizione del gruppo classe.

Un'ulteriore peculiarità della scuola in carcere è il numero fortemente ridotto degli studenti e delle studentesse nelle classi rispetto alle scuole del mattino. In media, una classe di primo livello non supera i 10-15 studenti/studentesse, numero non solo legato alla tipologia di carcere ma anche alle variabili già menzionate che intervengono sulla disponibilità giornaliera delle persone detenute che, anche durante le ore di scuola, potrebbero essere impegnati/e in altre attività. Il laboratorio di matematica non può prescindere da un'interazione con l'insegnante ma anche tra pari, è quindi importante che le classi siano composte da più studenti (cosa che non sempre è garantita nella scuola in carcere). Al contempo, però, classi poco numerose possono essere il contesto ideale per sviluppare al meglio attività laboratoriali che, a volte, risultano difficili da gestire in classi eccessivamente numerose che possono essere presenti nella scuola del mattino.

Infine, l'eterogeneità delle classi in termini di background socioeconomico e culturale, presente anche nella scuola del mattino, è più forte nella scuola in carcere. Il laboratorio di matematica, favorendo attività che siano accessibili a tutti ma, allo stesso tempo, sfidanti per chi ha già acquisito alcune competenze, può rivelarsi una efficace possibilità di gestire e valorizzare le differenze interne alle classi. Nel carcere, ad esempio, è possibile che la classe sia frequentata da studentesse e studenti che hanno già ottenuto il titolo di studio corrispondente ma che frequentano come uditori e, con la creazione di un giusto clima di collaborazione, possono fungere da supporto per gli studenti e le studentesse con maggiori difficoltà.

Spazi e materiali per il laboratorio

Oltre alla composizione del gruppo classe, la scuola in carcere si differenzia in modo sostanziale dalla scuola del mattino anche per spazi e materiali a disposizione. Si è già visto che "il laboratorio di matematica non è un luogo fisico diverso dalla classe" (UMI CIIM, 2003, p. 28) e questo facilita un approccio laboratoriale anche in contesti, come quello penitenziario, in cui gli spazi dedicati all'apprendimento sono spesso ridotti e sprovvisti di attrezzature, anche di base.

Il problema degli spazi varia da struttura a struttura, ma anche tra sezioni all'interno della stessa sede carceraria: di solito l'attività scolastica avviene in uno spazio accessibile alle persone detenute delle varie

sezioni, eccetto quelle che fanno parte di alcuni reparti speciali. In questi reparti, gli spazi dedicati alla scuola sono solitamente meno ampi e attrezzati.

Anche rispetto ai materiali a disposizione c'è molta variabilità, che dipende sia dalle risorse messe a disposizione dalla dirigenza scolastica, sia dalle diverse limitazioni imposte dalle strutture carcerarie. In generale, la presenza di alcuni materiali di base è garantita (per es. lavagne, righelli e strumenti di plastica morbida e cartone) o permessa durante le ore di scuola sotto supervisione (per es. calcolatrici e temperini). Al contrario, molti materiali non sono disponibili in cella: un vincolo che va considerato nell'assegnazione delle consegne che dovrebbero essere svolte dagli studenti e dalle studentesse tra una lezione e l'altra. Infine, anche se in alcune carceri è consentito l'accesso ad alcuni computer e/o Lavagne Interattive Multimediali (LIM) per le attività scolastiche, questi non possono essere collegati alla rete internet. È possibile però utilizzare applicazioni che prevedono anche la versione offline, come il software GeoGebra per la matematica o PHET Colorado che consente di effettuare esperimenti virtuali.

In base a quanto detto, il laboratorio dovrebbe essere ideato tenendo conto delle disponibilità minime riscontrabili in termini di spazio, materiali e ore effettive di lavoro, pur restando adattabile per sfruttare eventuali risorse aggiuntive. L'insegnante può promuovere un approccio laboratoriale attraverso esplorazioni basate su materiali concreti che portano alla costruzione di nuovi concetti matematici e favorendo l'uso dell'immaginazione per esplorare casi limite e "vedere con gli occhi della mente", passando così, gradualmente, dal concreto, alla generalizzazione e all'astrazione.

I materiali e gli strumenti sono una scelta centrale nel progettare un'attività laboratoriale perché hanno la potenzialità di veicolare essi stessi i significati matematici. A volte, la stessa impossibilità di poter disporre di determinati strumenti e la necessità di crearne di alternativi può favorire l'emergere di tali significati. Per esempio, per tracciare un cerchio, nella scuola del mattino solitamente studenti e studentesse utilizzano il compasso, oggetto che in carcere è generalmente vietato. Tuttavia, il compasso potrebbe essere facilmente sostituito da uno spago con una matita fissata a una delle estremità, tenendo l'altra estremità fissata con un dito. Tale compasso "povero" risulta, tuttavia, più "trasparente" rispetto alla costruzione della circonferenza come luogo di punti

equidistanti (il raggio della circonferenza è dato dallo spago che è inestensibile) da un punto fisso (corrispondente all'estremità tenuta fissa).

Pratica... e poi Teoria

In una lezione di matematica tradizionale, solitamente, l'insegnante propone un nuovo contenuto spiegando la teoria e proponendo poi esercizi, che vengono prima svolti con la guida del/della docente e poi in autonomia. Nelle attività di laboratorio, invece, non c'è una distinzione netta tra teoria e pratica (Bolondi, 2006) e sono proprio osservazioni dirette ed esplorazioni pratiche che portano a costruire il significato degli oggetti matematici in gioco, diventando quindi teoria grazie a un processo di graduale formalizzazione.

Un approccio di questo tipo è fondamentale in tutti i contesti scolastici, in quanto permette una "reinvenzione guidata" dall'insegnante (Freudenthal, 2002): gli studenti e le studentesse hanno un ruolo attivo e costruttivo e viene promossa una visione non statica della matematica, in cui ciascuno può dare il proprio contributo. Se pensiamo al contesto dell'educazione per adulti e alla scuola in carcere, ciò assume una valenza ancora maggiore: permette di valorizzare competenze pregresse o esperienze di vita degli studenti e delle studentesse, dalle quali si può partire per mettere in luce gli aspetti matematici e rimuovere eventuali preconcetti didattici che possono ostacolare il processo di apprendimento. Per esempio, le esperienze lavorative in ambito edilizio vissute e condivise da uno studente hanno fatto emergere una sua difficoltà nel determinare con precisione la lunghezza di una rampa da costruire. Tale problematica si è rivelata particolarmente significativa, poiché ha permesso di dimostrare concretamente l'utilità e i vantaggi del teorema di Pitagora, rendendone più chiara e apprezzabile l'applicazione pratica.

Lavoro non individuale e Discussione Matematica

La costruzione di significati, come sottolinea la definizione di laboratorio data dall'UMI-CIIM, non è solamente legata all'uso di strumenti, ma anche "alle interazioni tra le persone che si sviluppano durante l'esercizio di tali attività" (UMI-CIIM, 2003, p. 28). È quindi importante favorire il confronto e il dialogo proponendo attività che siano collaborative, con particolari attenzioni da parte dell'insegnante

a seconda del contesto in cui si insegna. In carcere, favorire lavori di gruppo e di peer tutoring permette di sfruttare la forte eterogeneità in termini di competenze tra gli studenti e le studentesse valorizzando l'apporto di ciascuno in termini di competenze matematiche ma anche linguistiche. Per esempio, un lavoro di peer tutoring che coinvolga gli studenti uditori si è spesso rivelato fruttuoso e motivante.

Anche la *discussione matematica* deve essere incentivata tenendo conto delle peculiarità del contesto carcerario: il numero spesso ridotto di studenti e studentesse per classe favorisce una partecipazione di tutti o tutte alla discussione; al contempo, però, può risentire delle frequenti difficoltà linguistiche di studenti non di madrelingua italiana e non scolarizzati in Italia (che in carcere sono più del 30% e a volte sfiorano il 70%). La discussione matematica è un momento fondamentale all'interno del laboratorio perché permette di formalizzare quanto scoperto durante le attività, confrontare le diverse riflessioni e ipotesi emerse. L'insegnante ha il ruolo di "orchestrare" la discussione (Bartolini Bussi et al., 1995) e possibili difficoltà di natura linguistica possono diventare uno stimolo per riflettere, ad esempio, sui termini utilizzati nelle diverse lingue per indicare uno stesso oggetto matematico (vedi Cap. 2.1).

Motivazione e convinzioni

Il coinvolgimento attivo di studenti e studentesse in un'attività laboratoriale è fondamentale e si basa sulla motivazione che l'insegnante riesce a sollecitare in relazione all'apprendimento della matematica e allo svolgimento dell'attività stessa.

La motivazione, che rende efficace l'attività laboratoriale (Bolondi, 2006), può derivare, nei diversi contesti, da stimoli differenti: curiosità e sfida possono attivare tutti gli studenti e le studentesse ma, nella scuola in carcere, vi sono anche altre motivazioni che entrano in gioco, che possono essere più utilitaristiche e contingenti come la volontà di ottenere un titolo di studio, ottenere una riduzione della pena oppure motivazioni legate a una dimensione di *empowerment* e autodeterminazione rispetto a esperienze negative avute in passato.

Le esperienze passate possono condizionare notevolmente anche le convinzioni che studenti e studentesse hanno rispetto alla matematica, alle proprie competenze e alla possibilità di apprenderla. Una visione della matematica procedurale, basata su regole da memorizzare e poi appli-

care per risolvere esercizi può condizionare la buona riuscita di un laboratorio. Scardinare questa convinzione può essere un processo che richiede tempo, spesso scarso in contesti carcerari a causa dell'elevato turnover degli studenti e per questo motivo è particolarmente importante ascoltare le esigenze di studenti e studentesse e indirizzare la didattica a partire da queste. Può essere, ad esempio, che gli studenti e studentesse abbiano una visione procedurale e tradizionale della matematica difficile da superare: in questo caso, una didattica laboratoriale potrebbe partire da una breve consegna più "tradizionale" che sia riconosciuta dagli studenti e dalle studentesse come "attività scolastica", riconducibile alle esperienze passate della scuola del mattino e quindi rassicurante. Questo incipit può così supportare la motivazione anche nell'affrontare la restante parte dell'attività a carattere più propriamente laboratoriale.

Il ruolo del tempo e dell'errore

Il laboratorio di matematica richiede tempo, ma permette di lavorare, nello stesso momento, su diversi contenuti tra loro intrecciati promuovendo anche competenze trasversali (per es. risolvere problemi, argomentare). Nell'adottare quindi questo approccio in classe è importante ricordare l'indicazione di Castelnuovo: "Lasciamo ai ragazzi il tempo di perdere tempo". Nella scuola del mattino il tempo è spesso una preoccupazione di tanti docenti, un limite.

Nel contesto carcerario il tempo delle lezioni è più limitato e spesso interrotto da vincoli esterni alla scuola. Al contempo, però, si potrebbe sfruttare il fatto che le studentesse e gli studenti hanno molto tempo da trascorrere nelle celle che può essere speso in parte anche per portare avanti quanto avviato nelle ore di lezione. Visti i tempi di lezione ridotti, alcune fasi di un laboratorio potrebbero essere sviluppate anche "oltre i muri della classe" e sono spesso gli stessi studenti e studentesse, in carcere, a chiedere "compiti" per la lezione successiva. La matematica può, infatti, consentire momenti di "evasione" e svago (Ahl & Helenius, 2020; Marini, 2000) e, come diceva Ennio De Giorgi, "un bel problema, anche se non lo risolvi, ti fa compagnia se ci pensi ogni tanto". Tutto questo sarebbe possibile se vi fossero le giuste condizioni per studiare e (possibilmente) confrontarsi con le altre studentesse e gli altri studenti anche al di fuori delle ore scolastiche. Spesso però, le dimensioni e le condizioni delle celle non permettono momenti prolungati di studio e

riflessione, e il fatto che, per buona parte della giornata, le porte delle celle siano chiuse non permette la prosecuzione del dialogo e del confronto che abbiamo detto essere caratteristica imprescindibile del laboratorio.

D'altra parte, nella scuola del mattino spesso i tempi sono stretti perché si vuole seguire un determinato "programma", c'è un confronto tra le diverse sezioni e l'esame finale è spesso motivo di preoccupazione e fretta. Questi aspetti non sono presenti allo stesso modo nella scuola in carcere dove la/il docente ha una flessibilità molto più ampia e, in alcuni casi, può adattare la programmazione e lo stesso esame agli studenti e alle studentesse con cui opera. Se da un lato, in carcere, i tempi di lezione sono ridotti e discontinui, dall'altro il o la docente può permettersi tempi più distesi per affrontare i contenuti e una maggiore flessibilità rispetto alle scelte didattiche, il che può favorire la possibilità di un confronto più personale con gli studenti e le studentesse, di ascoltare e discutere con loro ipotesi e ragionamenti, giusti o sbagliati che siano.

L'attenzione al ruolo costruttivo che dovrebbero assumere gli errori in matematica è particolarmente importante: il laboratorio è "un tipo di attività dove sbagliare non solo è lecito, ma è necessario; dove l'errore non viene represso, non viene cancellato, ma viene incoraggiato e discusso, per poter approfittare al massimo dell'analisi che ci induce a fare sui meccanismi del ragionamento, nostro e dei nostri allievi" (Dedò & Di Sieno, 2012, p. 10). Questa accezione positiva dell'errore in matematica è da incoraggiare fortemente anche in contesto carcerario con studenti e studentesse che, spesso, hanno storie pregresse caratterizzate da fallimenti, soprattutto a scuola – luogo in cui la dimensione dell'errare viene spesso considerata un'esperienza negativa.

Il tema dell'errore si intreccia con il tema del tempo: l'errore, in matematica ma non solo, deve essere percepito nella sua dimensione temporale (Zan, 2007). Un errore commesso può essere infatti riconosciuto e visto come indice di un cambiamento rispetto alla situazione presente. Nella didattica è importante lasciare traccia dei propri errori, vederli come se fossero i passi che hanno portato a un progresso, a una crescita, e questa visione può fare chiaramente riflettere anche sugli errori in un'ottica più generale.

La cosa più importante è quindi avviare un percorso di crescita prendendo consapevolezza dei propri errori perché "nessuno può evitare di fare errori; la cosa grande è imparare da essi" (Popper, 2002, p. 242).

Riflessioni conclusive

Il laboratorio di matematica rappresenta un elemento centrale nella didattica della disciplina, a tutti i livelli scolastici. Tuttavia, progettare attività autenticamente laboratoriali non è un compito semplice per i e le docenti, chiamati/e a considerare non solo le caratteristiche specifiche di questa modalità didattica, ma anche la necessità di adattarla ai diversi contesti educativi. Le attività sviluppate nell'ambito del progetto LeMP, tutte caratterizzate da un forte approccio laboratoriale, sono state realizzate all'interno di vari istituti penitenziari. Ciascun contesto ha posto specifici vincoli, ma ha anche offerto opportunità che, se opportunamente riconosciute e valorizzate, possono amplificare l'efficacia e l'impatto dell'esperienza laboratoriale.

A partire da queste esperienze, è stato possibile concludere che realizzare un laboratorio di matematica in carcere non solo è possibile, ma anche significativo. Le riflessioni emerse da questo percorso sono state riportate nel presente contributo mentre nei capitoli successivi saranno descritte le specifiche attività proposte con gli adattamenti resi necessari dai diversi contesti in cui sono state sperimentate.

PARTE 3

Proposte di progettazioni didattiche

3.1 Progettare Unità Didattiche di matematica per il contesto carcerario

Veronica Manzoni⁸, Gabriella Pocalana

Il confronto costante e critico tra insegnanti, ricercatrici e ricercatori riveste un ruolo cruciale all'interno del progetto LeMP. Il dialogo condiviso, fondato sull'intreccio tra pratiche didattiche ed evidenze provenienti dalla letteratura scientifica mira ad individuare *design principles* – o principi di progettazione – (McKenney & Reeves, 2018), ovvero strategie innovative, inclusive e accessibili per la costruzione di percorsi didattici di matematica attuabili nel contesto carcerario. In quest'ottica, l'obiettivo del progetto LeMP consiste nel cercare di mettere a fuoco quali caratteristiche debbano assumere le progettazioni didattiche per accogliere le molteplici complessità del contesto e arginare i limiti valorizzando le opportunità. A tal fine, è fondamentale interrogarsi criticamente su quali approcci, sensibilità e scelte metodologiche possano accompagnare i docenti nella costruzione della propria professionalità in un contesto di marginalità come il carcere.

La struttura ciclica del progetto garantisce due dimensioni fondamentali per la costruzione dei *design principles*: da un lato, un dialogo costante tra teoria e pratica didattica, dall'altro, un continuo processo di revisione – e talvolta abbandono – degli elementi didattici via via sviluppati. La sperimentazione delle progettazioni didattiche co-costruite in diversi contesti carcerari consente, inoltre, un progressivo affinamento delle riflessioni.

L'approccio adottato in questa ricerca è di natura etnografica: fondato su pratiche di osservazione partecipata e confronto diretto (Bove, 2019). Le diverse persone del gruppo di ricerca, ognuna con il proprio

⁸ Il capitolo è il risultato del lavoro congiunto delle autrici. Per la stesura è da attribuire a Veronica Manzoni l'introduzione, quinto, sesto, settimo, ottavo e nono paragrafo. A Gabriella Pocalana, primo, secondo, terzo, quarto e decimo paragrafo.

sguardo, sono entrate in contatto con la scuola in carcere, raccogliendo osservazioni e prospettive dalle classi di matematica e dalle persone che le abitano (insegnanti, studenti e studentesse). Questo scambio ha alimentato spazi di riflessione più ampi e condivisi.

Una prima versione dei principi di progettazione è emersa attraverso incontri, interviste, focus group e attività di co-progettazione tra insegnanti, ricercatrici e ricercatori, nonché dall’ascolto attivo delle voci degli studenti e delle studentesse durante le attività osservate.

Questo lavoro di ricerca si configura come un cantiere aperto: un primo tentativo di porre interrogativi – e abbozzare possibili risposte – in un ambito ancora poco esplorato. In questo capitolo proponiamo le riflessioni maturate nei due anni del progetto LeMP, a partire da una sintesi di ricerca proposta da Maffia e Decembrotto (2022; 2024). I due ricercatori offrono una panoramica rispetto ai primi quattro *design principles*, che il progetto LeMP riprende e amplia, aprendo a nuove prospettive per una riflessione critica sulla didattica della matematica in carcere.

L’invito rivolto a chi legge è di accostarsi a queste riflessioni con una postura aperta e uno sguardo critico, per contribuire a decostruire e ricostruire nuove sensibilità nell’approccio all’apprendimento e insegnamento della matematica in contesti carcerari. Di seguito, verranno presentati 9 *design principles*, ognuno accompagnato da una breve descrizione e alcuni esempi di applicazione tratti dalle sperimentazioni condotte durante il progetto LeMP (in merito, si vedano anche i capitoli successivi).

Materiali e attività diversificati e diversificabili

In classi caratterizzate da forte eterogeneità – per competenze matematiche e linguistiche – risulta fondamentale proporre attività su più livelli, in grado di coinvolgere sia chi ha competenze basilari sia chi ha esperienze scolastiche più avanzate. L’approccio “low threshold, high ceiling” (soglia bassa e soffitto alto) consente di avviare l’attività con richieste accessibili, ma aprendo a sviluppi sempre più complessi. È opportuno utilizzare rappresentazioni multiple (verbali, grafiche, tabellari, ecc.) e varie tipologie di quesiti per valorizzare i differenti stili di apprendimento e rispondere alle diverse esigenze di studenti e studentesse. Tenendo conto dell’elevato turnover e della discontinuità nella frequenza che caratterizza le classi nel contesto carcerario, si suggerisce inoltre la creazione di “pillole di lezione” autonome e ridondanti, per garantire la fruibilità anche da parte di stu-

denti e studentesse occasionalmente assenti o nuovi arrivati. Riassumendo, se si desidera supportare gli apprendimenti di tutti e tutte in modo inclusivo, è opportuno proporre attività diversificate, prevedendo l'utilizzo di materiali adattabili alle esigenze degli studenti e delle studentesse.

Opportuni campi d'esperienza

Il secondo punto riguarda l'individuazione di opportuni campi d'esperienza, fondamentali per coinvolgere gli studenti e le studentesse. Le/gli insegnanti notano che la motivazione, già scarsa nel contesto carcerario, può essere stimolata attraverso contesti realistici e significativi come la cucina, la musica o lo sport. La matematica può così essere collegata ad abilità utili fuori dal carcere (per es. misurare lunghezze, calcolare superfici e volumi di stanze o oggetti), a concetti formali (per es. concetti geometrici) e a contenuti fondanti come proporzioni e rapporti, che possono essere collegati a contesti concreti e familiari. Si valorizzano così anche le competenze acquisite in contesti informali, come la gestione del denaro o il calcolo della frazione di pena scontata, riconducibili alla "matematica della strada" (vedi Cap. 2.3), spesso percepita come più efficace della matematica scolastica. In conclusione il principio di progettazione individuato a partire dalle osservazioni presentate è il seguente: se si vogliono motivare e coinvolgere gli studenti e le studentesse, è opportuno fare riferimento a campi di esperienza a loro familiari o percepiti come vicini e utili.

Incidere sull'immagine della matematica

Un altro aspetto rilevante è la necessità di incidere sull'immagine della matematica, spesso percepita come un insieme di regole rigide da memorizzare (visione strumentale). Questa percezione, infatti, ostacola la relazione educativa e genera ansia e paura di sbagliare. Si propone allora di legittimare strategie diverse per risolvere problemi matematici, inclusa la stima come alternativa al calcolo esatto.

Riportiamo di seguito un esempio di visione della matematica come insieme di regole da memorizzare. Durante l'attività (vedi Cap. 3.3.2) per calcolare area e perimetro di una figura uno studente ha detto:

“Anche io ho fatto così, ho usato una scorciatoia e ho applicato la regola matematica. La regola matematica dice che se la figura è un quadrato

allora ha quattro lati uguali e quattro angoli retti. Quindi io applico la regola.” [...]

“Sappiamo che in matematica dobbiamo applicare regole e questa regola dice che gli angoli interni del triangolo misurano 180°”

In base a quanto detto, se si desidera decostruire una visione della matematica come un insieme di regole da applicare acriticamente, è opportuno promuovere un contesto che preveda l'uso di strategie differenti per risolvere problemi e che valorizzi anche proposte alternative rispetto a quelle già previste dall'insegnante.

Gestione e valorizzazione delle interazioni in classe

Si sottolinea l'importanza della gestione delle interazioni degli studenti e delle studentesse tra di loro e con il/la docente. Il successo didattico dipende in larga misura non solo dai materiali proposti in classe, ma anche dalla costruzione di un clima di fiducia e collaborazione. Si evidenzia, inoltre, l'efficacia del tutoraggio tra pari e del lavoro a gruppi per favorire interazioni positive all'interno del gruppo classe. È fondamentale che si instauri in classe un dialogo collaborativo per sostenere la partecipazione e l'inclusione degli studenti e delle studentesse. In conclusione, se si vuole favorire un clima sereno e proficuo, è opportuno promuovere un rapporto positivo, basato sul dialogo collaborativo tra studenti, studentesse e insegnanti.

Coinvolgere attivamente gli studenti e le studentesse attraverso il laboratorio

Il ruolo attivo del soggetto è una dimensione fortemente considerata dalle voci degli e delle insegnanti, soprattutto quando la relazione didattica è con persone adulte con un bagaglio di esperienze e di storie di vita. Anche la voce degli studenti e delle studentesse risuona in questa direzione: esprimono il desiderio di essere protagonisti attivi del proprio apprendimento. Si percepiscono non semplicemente come esecutori di regole, ma come persone in grado di compiere scelte autonome e, soprattutto, a cui dovrebbe essere riconosciuto il diritto di farlo. Questa dimensione trova risonanza nella letteratura scientifica (Cottini, 2016; Deci & Ryan, 1985; Wehmeyer, 1999) che evidenzia l'importanza del processo di

autodeterminazione ed *empowerment* della persona e la sua competenza di scelta nelle decisioni quotidiane, non solo rispetto alla scuola. Il ruolo attivo dello studente e della studentessa, però, entra spesso in contrapposizione con le strutture dell'istituzione penitenziaria. La persona ristretta si può trovare in condizioni che la spingono progressivamente a delegare ad altri la propria capacità decisionale, assumendo un ruolo sempre più passivo anche rispetto alle scelte della quotidianità (Decembrotto, 2024).

La scuola gioca un ruolo cruciale nel permettere di immaginare un'esperienza diversa in termini di autodeterminazione. Il ruolo attivo dello studente e della studentessa viene promosso, nella maggior parte delle progettazioni co-costruite durante il progetto LeMP, attraverso una discussione partecipata con gli studenti e le studentesse, attività manuali e un approccio laboratoriale in cui tutto ciò che si fa assume un senso, anche gli errori (Bolondi, 2006; vedi Cap. 2.4). Il laboratorio di matematica si svincola dall'idea di un luogo fisico delimitato, anche perché tale concezione si scontrerebbe con le numerose difficoltà legate alle autorizzazioni e all'introduzione di materiali e attrezzature specifiche all'interno del carcere. L'intento, piuttosto, è concepire il laboratorio come una metodologia didattica: uno spazio di relazione fatto di persone, strutture e idee, capace di costruire significati condivisi intorno agli oggetti matematici attraverso un insieme articolato di attività (UMI CIIM, 2003). Il laboratorio, quindi, può essere una metodologia (non l'unica) con cui promuovere il ruolo attivo dello studente e della studentessa, come emerso durante l'osservazione dell'attività sull'inverso delle operazioni realizzata attraverso il gioco Forza 4 (vedi Cap. 3.2.). Riportiamo di seguito le note prese dalla ricercatrice e condivise con l'insegnante, che mostrano come lo studente sia coinvolto attivamente durante il gioco:

“Uno studente, che solitamente manifestava grande insicurezza nell'affrontare compiti matematici, ha reagito con entusiasmo alla proposta del gioco; vincere la prima partita lo ha stimolato a voler subito farlo di nuovo; perdere una partita lo ha spinto a cercare la rivincita, cercando di cambiare strategia, imparando dal compagno/avversario ed esplorando nuove proprietà matematiche (ad esempio, la legge di annullamento del prodotto)”.

La situazione laboratoriale ha stimolato la curiosità, la partecipazione e il coinvolgimento attivo dello studente, che non solo ha chiesto

di giocare di nuovo, ma ha anche modificato le strategie e costruito in autonomia, seppur con il supporto dell'insegnante e del compagno, il proprio percorso di apprendimento.

Alla luce di queste riflessioni, possiamo affermare che, se si desidera proporre una situazione problematica motivante, è opportuno coinvolgere attivamente gli studenti e le studentesse nell'apprendimento della matematica e questo può essere realizzato all'interno di laboratori di matematica.

Competenze matematiche spendibili nella vita quotidiana

Numerose ricerche in Didattica della Matematica evidenziano una frattura tra una matematica della realtà e una matematica della scuola (Nunes et al., 1993; vedi. Cap. 2.3), come se le due dimensioni fossero distanti e non interconnesse. La costruzione di questa interconnessione diventa una duplice sfida per le e gli insegnanti. Dalle riflessioni maturate all'interno del progetto LeMP emergono due esigenze fondamentali: da un lato, la necessità di costruire un'azione didattica circolare, che parta dalle competenze professionali e personali dello studente e della studentessa e ritorni alla realtà trasformandosi in nuove competenze concretamente spendibili; dall'altro, l'urgenza di interrogarsi su come l'apprendimento della matematica possa contribuire allo sviluppo di competenze non solo disciplinari, ma anche trasversali, utili allo studente e alla studentessa sia durante che dopo il periodo di detenzione. Questa sfida ricalca il quadro teorico della *Common European Numeracy Framework (CENF)* che identifica quattro aspetti chiave per l'apprendimento di comportamenti numerati (vedi Cap. 2.3): contesto, contenuto matematico, disposizioni, competenze di ordine superiore. Il quadro riconosce l'importanza di competenze matematiche che vadano oltre la matematica insegnata a scuola e si estendano alle applicazioni pratiche e specifiche della vita quotidiana e professionale.

Analizzando l'aspetto chiave del contesto, vorremmo soffermarci su due dimensioni che, pur valendo in ogni ambiente, in carcere risultano particolarmente significative: *matematica professionale e ricreativa*. Per evidenziare il legame tra matematica e mondo del lavoro, a titolo esemplificativo (e provocatorio) riportiamo le voci di due studenti, che chiameremo S1 e S2, durante l'attività di stampa con la Laser-Cut nella sperimentazione con il Tangram (vedi Cap. 3.3.2):

S1: “Sarebbe bello anche imparare a stampare per un lavoro futuro. Cioè, qui ci puoi imparare un lavoro. Tu inizi stampando queste cose e poi quando la sai usare bene puoi creare diversi oggetti. È difficile ma se capisci i passaggi e li fai con calma è facile”

S2: “Eh si può essere un lavoro interessante e nuovo, perché pochi lo fanno”

S1: “Però anche in questo lavoro devi conoscere e sapere la matematica”

S2: “Sì però devi anche guardare alla pratica, cioè una matematica che poi ti fa stampare”

[...] S2: “Mi sono davvero divertito oggi. Le due ore mi sono volate”

Gli studenti esprimono il bisogno di una matematica che trovi applicazione nella quotidianità per un'autodeterminazione personale e professionale dentro e fuori dal carcere. Identificano anche una “matematica che ti fa stampare”, un “fatto di esperienza” (Freire, 2011) che trovi reale spendibilità nella vita quotidiana, presente ma soprattutto futura.

Un'altra dimensione considerata dal CENF è quella *ricreativa*, legata, cioè, all'aspetto ricreativo della matematica. In letteratura viene anche definita come matematica di evasione (Ahl & Helenius, 2020; Marini, 2019). Il gioco di parole legato al concetto di “evasione” assume, nel contesto carcerario, un significato ancora più denso e profondo. Questo aspetto è fortemente avvertito dagli e dalle insegnanti, che raccontano come, per molti studenti e studentesse, la partecipazione alla scuola rappresenti un modo per prendere le distanze dalla realtà detentiva, per “staccare” mentalmente da pensieri intrusivi e insistenti. La mancanza degli affetti, la lontananza dalla famiglia, le sentenze in sospenso, le udienze imminenti, la solitudine, le attese e il costante riaffiorare della propria storia personale sono solo alcuni dei pensieri che gli studenti e le studentesse riconoscono come difficili da mettere a tacere. Fare matematica, invece, consente loro di sospendere temporaneamente quel carico emotivo e di “far ripartire il cervello sulla matematica”, come ha espresso uno studente per descrivere la sensazione che prova quando si immerge nel fare matematica.

Questa dimensione di evasione è cruciale anche per trasformare il “tempo dell'attesa” in “tempo dell'apprendere” (Zizioli, 2014). Lo studente potrebbe riconoscere che il tempo dell'apprendere è un tempo di qualità, un momento *ricreativo*, di evasione, come è successo in una attività didattica del progetto LeMP. Durante le osservazioni, infatti, alcuni studenti hanno deciso di costruire una nuova indagine statistica, come quella affrontata a scuola, mentre erano in cella.

Partendo da un loro interesse personale, hanno costruito grafici, calcolato moda, media, mediana e frequenze dei valori indagati, per sapere quale marca di scarpe fosse la preferita dai compagni in sezione (Figura 6).

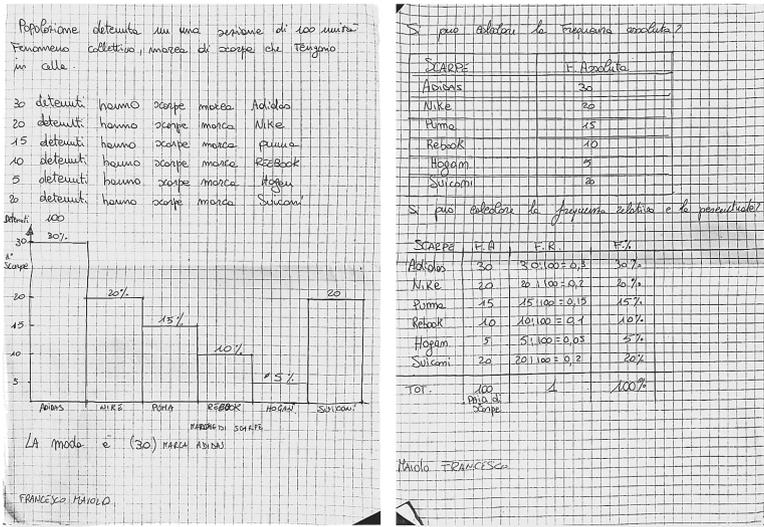


Figura 6. Indagine statistica realizzata spontaneamente in cella dallo studente

Gli autori dell'immagine sopra riportata raccontano come la matematica sia servita loro come modo per evadere dalle logiche del carcere, trovando uno spazio di apertura e confronto. Citando le loro parole, come *“possibilità per impegnare il tempo in qualcosa di bello”*.

D'altra parte, è lecito aspettarsi che non sempre tutto sia visto e vissuto con atteggiamento positivo. Le stesse narrazioni degli studenti e delle studentesse mettono in luce anche una possibile visione opposta: non riuscire a concentrarsi sulla matematica perché sopraffatti da pensieri più profondi. *“Come faccio io a pensare alla matematica? Se la mia testa è fuori? Hai la testa che funziona e sai che non ci vuoi stare qui”* sono domande che ricorrono spesso nelle conversazioni dentro le aule.

Alla luce di questa panoramica, se si desidera promuovere lo sviluppo di competenze matematiche spendibili nella vita quotidiana, allora è opportuno che la progettazione promuova obiettivi trasversali di cittadinanza consapevole.

Promuovere competenze apprese in contesti formali, non formali e informali

La scuola in carcere è un intreccio di persone con storie, narrazioni, esperienze e professioni diverse (Decembrotto, 2024; Zizioli, 2014). Molte volte, però, nella scuola in carcere si tende a non ricordarsi della vita che fino a quel momento le persone ristrette hanno vissuto (Zizioli, 2014) e non vengono riconosciute capacità e competenze che potrebbero aver appreso in diversi contesti di vita. Gli/le insegnanti evidenziano come gli studenti e le studentesse, soprattutto colleghi e colleghe, hanno raggiunto delle competenze, non per forza scolastiche, che possono essere promosse in percorsi personalizzati. Baldacci (2005) intende la personalizzazione come l'insieme di tutte le attività didattiche pensate per permettere a ciascuno di sviluppare le proprie potenzialità attraverso diversi itinerari di apprendimento. Queste peculiarità sono diverse per ognuno perché le storie, le competenze e le narrazioni sono diverse, soprattutto in un contesto come il carcere. Ci sono persone detenute che nella vita fuori dal carcere svolgono specifici mestieri, possono essere operai/e, commessi/e, lavorare nell'edilizia o in molti altri settori.

Studenti e studentesse trovano connessioni inedite che li lasciano sorpresi tra il mondo fuori, che si sono costruiti molto spesso senza frequentare la scuola, e il mondo della scuola che scoprono in carcere. Più volte, durante le discussioni in classe durante le sperimentazioni, sono emersi in modo spontaneo riferimenti alle professioni. Rispetto al calcolo di area e perimetro nell'attività del Tangram (vedi Cap. 3.3.2) per esempio, uno studente, piastrellista di professione, ha descritto in termini matematici la tassellazione che faceva ogni giorno piastrellando i pavimenti delle case. In un'altra occasione, uno studente camionista ha deciso di creare grafici partendo dai dati di vendita dei camion in Italia. In questo caso, con l'aiuto di un compagno e dell'insegnante, è stata personalizzata l'attività didattica partendo dall'interesse dello studente.

Un altro studente ancora, durante lo sviluppo di una scatola rettangolare da 3D a 2D (vedi Cap. 3.3.2) su GeoGebra, ricordandosi di quando faceva prima il magazziniere e poi il pizzaiolo afferma:

“Perché non ho pensato prima a questa soluzione, è come se gli mancasse il coperchio che deve essere lo stesso rettangolo che ho disegnato pri-

ma. Come se fosse un cartone della pizza che dovevo montare quando lavoravo in pizzeria o le scatole che smontavo mentre ero magazziniere. Devo rifare lo stesso disegno.”

Gli studenti e le studentesse mettono in campo sia competenze apprese in altri contesti della vita, come quello informale del mondo del lavoro, sia i propri interessi e le proprie passioni per rendere personalizzata l'attività didattica.

Per questo riteniamo che, se si vuole personalizzare l'attività didattica, è opportuno partire dalle competenze formali, non formali e informali di studenti e studentesse, considerando le persone nella loro totalità.

Attività didattiche brevi e modulabili

Numerosi studi (e.g., Connell, 1990; Eccles & Midgley, 1989; Skinner & Belmont, 1993) identificano come caratteristica fondamentale la dimensione di *school engagement* (coinvolgimento scolastico) per migliorare i bassi livelli di rendimento scolastico, gli alti livelli di noia e disaffezione degli studenti e delle studentesse e gli alti tassi di abbandono scolastico (National Research Council & Institute of Medicine, 2004). Questa dimensione, però assume valenze molto particolari nel contesto carcerario.

Molti delle e degli insegnanti intervistati concordano sulle difficoltà legate ai tempi, agli spazi e alla frammentarietà della frequenza in carcere, che incidono sul senso di *engagement*. Molte volte la scuola viene messa in secondo piano, perché gli studenti e le studentesse frequentano le lezioni quando non lavorano, non hanno visite, colloqui, incontri con gli avvocati e altre attività. Succede spesso che la studentessa o lo studente, mentre è a scuola, venga chiamato per svolgere altre attività e sia costretto a lasciare l'aula senza sapere se tornerà prima della fine della lezione. Questa, per la scuola, rappresenta una vera sfida: come si può agganciare uno studente che frequenta in modo frammentato le lezioni? Come fare a progettare attività che contemplino e accolgano questa multi-complessità dettata dai tempi e dagli spazi del carcere? Durante le co-proiezioni delle attività didattiche avvenute durante il progetto LeMP, è emerso il bisogno di pensare ad attività brevi e organizzate in moduli, con tempi flessibili. Le metafore utilizzate dalle e dagli insegnanti coinvolti nella ricerca sono quelle di “modello a fisarmonica” e “modello ad albero”.

Il modello a fisarmonica richiama un modello adattabile in base al gruppo classe, che possa rispondere meglio ai bisogni degli studenti e delle studentesse modulando approfondimenti dei contenuti e durata delle proposte (dilatandole o contraendole), in base a *feedback*, motivazione degli studenti e delle studentesse e tempi del carcere.

Il modello ad albero riprende l'idea di varietà e flessibilità data dalle molteplici possibili diramazioni. La prima intesa come insieme di piccole attività modulabili e modificabili a seconda degli studenti e delle studentesse presenti in classe. Flessibilità, invece, nell'accezione di prevedere diverse "ramificazioni" nelle consegne e nei materiali, per la stessa proposta didattica.

In base agli aspetti discussi, se si desidera coinvolgere chi frequenta le lezioni in modo frammentato, è opportuno progettare attività didattiche brevi, organizzate in moduli e/o con tempi flessibili.

Valutazione formativa

In carcere convivono persone che con le sentenze, il giudizio – e l'attesa dello stesso – devono fare i conti quotidianamente. La valutazione intesa come azione giudicante, infatti, permea in qualsiasi ambiente penitenziario (Decembrotto, 2024). Questa valutazione, spesso, non viene intesa nell'ottica di Black e William (2009) come insieme di pratiche in cui sono coinvolti entrambi i soggetti della valutazione per migliorare sé stessi e il proprio apprendimento. Al contrario, come una posizione sbilanciata tra chi ha il potere di giudicare e chi viene giudicato. L'obiettivo emerso dalle voci delle e degli insegnanti è proprio quello di ridare alla valutazione in carcere un ruolo formativo attraverso *feedback*, valutazioni in itinere e l'uso del "chiamare alla lavagna" come "*pratica per far emergere centralmente lo studente*", riprendendo le parole di un'insegnante durante le interviste. La valutazione in carcere rappresenta ancora un argomento poco discusso e molto controverso. Come fare a svincolarsi dalle logiche dei voti, ma al tempo stesso dare dei giudizi? Come realizzare una "valutazione oggettiva" che tenga traccia dei miglioramenti quando la frequenza è poco costante? Creare un clima positivo di serenità e fiducia reciproca è fondamentale per promuovere un ambiente di valutazione accogliente e non competitivo, basato su continui *feedback* e giocato sugli equilibri della relazione con lo studente o la studentessa. Esempificativa è la discussione tra un'in-

segnante e uno studente durante l'osservazione in aula dell'attività "La geometria intorno a noi" (vedi Cap. 3.3.1) nel momento in cui l'insegnante dà un *feedback* positivo allo studente:

"Io ho disegnato il rettangolo, ho fatto!"

Ins (avvicinandosi a lui): "Bene, ma è un pochino imperfetto geometricamente. Prova di nuovo. Adesso che sai le misure prova a rifarlo più preciso sull'altra pagina, aiutati con il righello."

L'insegnante non cancella la figura disegnata, ma mettendosi accanto al ragazzo, indica allo studente come migliorare il proprio prodotto, attraverso un *feedback* preciso e gentile.

Queste riflessioni complesse, seppur iniziali, nascondono equilibri delicati e fanno riflettere sul fatto che, se si desidera promuovere un ambiente di apprendimento non giudicante, allora è opportuno prevedere una valutazione formativa, che tenga conto del punto di partenza, dei progressi fatti e di tutto ciò che emerge dall'osservazione in itinere dell'attività di ciascuno studente e studentessa e dal dialogo con e tra loro.

Una rete per la condivisione e la crescita professionale

Uno degli elementi distintivi del progetto LeMP è stato proprio il dialogo costante e paritario tra insegnanti, ricercatori e ricercatrici. Questa collaborazione si è rivelata particolarmente significativa perché fondata sulla valorizzazione delle rispettive competenze. Da un lato, i ricercatori e le ricercatrici hanno portato una prospettiva teorica e metodologica fondata sulla letteratura scientifica, offrendo spunti innovativi e approfondimenti su tematiche didattiche specifiche. Dall'altro, le e gli insegnanti hanno condiviso la propria esperienza, il proprio vissuto quotidiano, le difficoltà concrete dell'insegnamento in carcere, le strategie sperimentate, ma anche le intuizioni e riflessioni nate dall'azione sul campo. Tale complementarità ha permesso la co-costruzione di percorsi didattici significativi, sensibili alle peculiarità del contesto carcerario e, al contempo, ancorati a una visione ampia della didattica della matematica.

La dimensione collaborativa su cui si fonda questo progetto mira a contrastare il senso di isolamento che spesso caratterizza l'esperienza degli e delle insegnanti in carcere. L'assenza di un confronto diretto e continuativo con colleghi e colleghe che vivono situazioni analoghe

può rendere più difficile affrontare le sfide quotidiane e progettare percorsi didattici efficaci. Per questo, uno degli obiettivi trasversali di questo libro è favorire la costruzione di una comunità professionale che, pur operando in contesti diversi, possa riconoscersi in problematiche comuni e sviluppare insieme risposte condivise. La rete di insegnanti che si va intrecciando attraverso questo progetto non si limita a uno scambio di materiali, ma si fonda su una logica di reciproco supporto, confronto costruttivo e crescita professionale.

Le attività presentate nei capitoli che seguono sono il risultato di uno scambio dinamico tra insegnanti, ricercatori e ricercatrici, e si configurano come un patrimonio comune da condividere, adattare e riutilizzare. Esse non vogliono offrire soluzioni pronte all'uso, ma esempi concreti di progettazione didattica consapevole, elaborata a partire da contesti reali e bisogni specifici: la composizione del gruppo classe, le competenze pregresse degli studenti e delle studentesse ristretti/e, gli obiettivi educativi da raggiungere.

Ogni proposta nasce da un'esigenza concreta, è stata sperimentata in aula, discussa, rielaborata e documentata in un'ottica di crescita collettiva. Considerando l'eterogeneità dei contesti carcerari – legata alla struttura dell'istituto, al livello di scolarizzazione, alla durata della pena o a vincoli organizzativi – queste attività vanno lette come spunti da riformulare secondo la propria sensibilità professionale. Nessuno meglio dell'insegnante che opera quotidianamente in un dato contesto può comprenderne le reali esigenze e individuare strategie efficaci per coinvolgere gli studenti e le studentesse e accompagnarli nel loro percorso.

I principi metodologici delineati in precedenza intendono offrire strumenti concreti per progettare attività di matematica nel contesto carcerario in modo consapevole. Non si tratta di regole da applicare pedissequamente, ma di linee guida che vogliono stimolare riflessione e adattamento. Le attività presentate, progettate e sperimentate dalle e dagli insegnanti del progetto LeMP in collaborazione con i ricercatori e le ricercatrici, non sono modelli esaustivi, ma esempi da cui partire per sviluppare percorsi didattici significativi.

Per facilitare la condivisione e la diffusione di queste esperienze, le attività sono tutte raccolte in una cartella digitale contenente materiali, schede di lavoro, descrizioni delle fasi progettuali e riflessioni emerse durante la sperimentazione. Questa modalità di accesso permette agli e alle insegnanti non solo di consultare i materiali, ma anche di contribu-

ire attivamente alla “rete” di buone pratiche che si va via via costruendo. L’archivio digitale contiene attività che costituiscono proposte e spunti, ma che possono essere modificate e sviluppate dall’insegnante in base alle esigenze dei propri studenti e delle proprie studentesse.

In conclusione, il valore delle progettazioni presentate risiede nella funzione esemplificativa che svolgono: mostrano concretamente come sia possibile progettare attività significative anche in contesti complessi, invitano a riflettere sulle proprie pratiche e stimolano la creatività e l’autonomia progettuale degli e delle insegnanti. La capacità di progettare con sensibilità, flessibilità e attenzione al contesto non si improvvisa, ma si costruisce nel tempo, anche attraverso il confronto con esperienze altrui. È in questa prospettiva che quest’ultima sezione del libro si inserisce: come un piccolo tassello di un percorso più ampio di valorizzazione del lavoro docente e di promozione della qualità dell’insegnamento della matematica in carcere.

I materiali relativi alle attività progettate, raccolti in una cartella .zip sono scaricabili online a questo indirizzo:

<https://www.edizioniets.com/pdf/9788846773234/progettazioni.zip>



3.2 Le operazioni tra aritmetica e algebra

Silvia Regola, Roberto Sacco

Le operazioni aritmetiche e il loro utilizzo nella risoluzione di problemi rappresentano un nodo concettuale fondamentale nel percorso di apprendimento della matematica nella scuola del primo ciclo. Tra i traguardi di sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di primo grado, si richiede che l'alunno/a “si muova con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali” e “produca formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi” (MIUR, 2012, p. 51). Inoltre, sempre in relazione alle operazioni aritmetiche, “utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico” è una delle competenze che vengono citate negli assi culturali⁹ che definiscono gli obiettivi dell'obbligo d'istruzione (D.M. 139/2007).

Le operazioni non devono però essere viste come mere applicazioni di procedure, ma è importante sviluppare competenze che coinvolgano diversi modelli e rappresentazioni e conducano a forme più generali di pensiero. In questa direzione, è utile distinguere tra comprensione strumentale e comprensione relazionale (Skemp, 1976): la prima consiste nel sapere “come fare” un calcolo o applicare una formula, mentre la seconda implica il sapere anche perché quella procedura funziona. Promuovere una comprensione relazionale delle operazioni significa aiutare gli studenti e le studentesse a riconoscere strutture comuni tra problemi diversi e ad applicare consapevolmente le conoscenze acquisite in contesti nuovi.

Il passaggio dall'aritmetica all'algebra è notoriamente problematico per molti studenti e studentesse. Spesso questo è dovuto a una didattica che tratta l'aritmetica in modo procedurale e, in seguito, propone l'algebra in modo astratto, limitandosi alla manipolazione formale delle espressioni senza far riferimento a significati, utilità e generalità dei

⁹ Regolamento recante norme in materia di adempimento dell'obbligo di istruzione, allegato 1. https://archivio.pubblica.istruzione.it/normativa/2007/allegati/all1_dm139new.pdf

concetti che la caratterizzano. Questa distanza tra l'aritmetica e l'algebra, spesso, porta gli studenti e le studentesse a percepire la matematica come priva di senso, alimentando un'avversione, se non un rifiuto, verso di essa (Malara, 1997). È quindi importante proporre fin da subito attività che mettano in luce le proprietà e le strutture delle operazioni, favorendo lo sviluppo di una concezione relazionale dell'aritmetica (Castellini et al., 2023) e far sì che le abilità e le competenze algebriche vengano acquisite gradualmente. Questa è la prospettiva della *early-algebra*, che mira a intrecciare aritmetica e algebra lungo tutto il percorso scolastico, attraverso esperienze che permettono di esplorare regolarità e rappresentare classi di problemi, con l'obiettivo di avviare processi di generalizzazione e modellizzazione ben prima di affrontare gli aspetti più formali del calcolo letterale (Navarra, 2022).

Tra le operazioni elementari, particolare attenzione va riservata alla moltiplicazione e alla divisione. Sebbene possano sembrare concetti elementari, sul piano della modellizzazione risultano spesso piuttosto complesse (Greer, 1992). Una profonda concettualizzazione delle *strutture moltiplicative*, infatti, è fondamentale per una grande varietà di problemi, ad esempio: relazioni di proporzionalità, funzioni ed equazioni lineari, calcolo di aree, prodotti cartesiani e numeri razionali (Vergnaud, 1988). Per questo motivo, non è sufficiente conoscere le definizioni e svolgere esercizi procedurali: è essenziale promuovere negli studenti e nelle studentesse la costruzione di significati, l'uso consapevole delle proprietà delle operazioni e lo sviluppo di strategie flessibili. A tal fine, sono indicate attività che stimolino la riflessione sulle strutture moltiplicative da esplorare attraverso varie rappresentazioni e collegamenti con il pensiero algebrico emergente.

Attività: Forza4 Moltiplicativo

All'interno del progetto LeMP, insegnanti e ricercatrici hanno progettato un'attività didattica rivolta agli studenti della Casa Circondariale *San Vittore* di Milano. L'attività è nata a partire da un'esigenza espressa dall'insegnante osservando gli studenti. Molti di loro, infatti, mostrano difficoltà ricorrenti nei processi di astrazione e formalizzazione matematica, soprattutto nelle operazioni inverse. Ricostruire formule indirette, operazioni e procedimenti risulta spesso problematico. Ad esempio, di fronte al problema "trovare il lato incognito di un rettangolo

con area 40m^2 e un lato che misura 5m ”, molti studenti giustificano il risultato attraverso l’operazione diretta — “ $8 \times 5 = 40$ ” — senza ricorrere alla divisione. È chiaro che si tratta di una soluzione corretta, ma bisogna tenere conto che questa mancata concettualizzazione della divisione come operazione inversa della moltiplicazione può diventare un ostacolo quando i numeri coinvolti sono più complessi e, ad esempio, non fanno parte della tavola pitagorica. Anche quando viene mostrata l’utilità dell’inversione nella risoluzione dei problemi, si osserva una certa resistenza al suo utilizzo. Questo si collega alla difficoltà nella formalizzazione. Gli studenti tendono ad affrontare i problemi come casi isolati, invece che come varianti di uno stesso schema.

Sono emerse anche difficoltà con altri contenuti che richiedono una padronanza delle moltiplicazioni, che infatti è fondamentale nel calcolo con frazioni e percentuali. Questo si osserva anche in relazione al fatto che gli studenti faticano a individuare strategie efficaci che facciano uso di proprietà e relazioni utili (come, per esempio, l’applicazione della proprietà associativa per semplificare i calcoli e rendere le frazioni confrontabili attraverso un denominatore comune). Queste difficoltà, anche se affrontate sin dall’inizio del percorso, si rivelano particolarmente radicate. Ciò è probabilmente legato alla scarsa o discontinua scolarizzazione di molti adulti presenti in classe che, quindi, hanno elaborato strategie personali, spesso efficaci nel quotidiano, ma poco flessibili e non formalizzate. Di conseguenza, si creano situazioni di forte deresponsabilizzazione dello studente che delega all’insegnante la conoscenza delle formule, ripetendole, volta per volta, in modo meccanico.

Per rispondere a queste difficoltà, è stata progettata un’attività didattica che affronti le lacune di base

-4	-3	16	12	1	10	6	-16
15	20	-8	-6	0	-9	1	4
-20	-25	5	-12	-1	-25	-10	-9
-10	4	-15	-2	5	4	-12	0
12	8	16	6	9	20	-5	15
3	10	4	25	-4	-15	2	8
-5	0	-2	3	-12	-8	-20	3
-16	-4	15	-10	2	0	-6	-3

appena descritte e promuova il ragionamento sulle strutture moltiplicative, in un contesto che favorisca l’emergere delle concezioni spontanee degli studenti e valorizzi le loro preconcoscenze. Per fare ciò si è scelto di iniziare l’attività con la variante del gioco

-5 -4 -3 -2 -1 0 1 2 3 4 5

Figura 7. Esempio di griglia di gioco del Forza4 moltiplicativo

“Forza 4” proposta nell’insegnamento della matematica dalla ricercatrice Jo Boaler (Boaler et al., 2021) in cui le **regole del gioco** prevedono la moltiplicazione per effettuare le mosse. L’obiettivo, analogamente al gioco Forza4, è allineare sulla griglia di gioco (Figura 7) quattro delle proprie pedine o dei propri simboli.



In questa variante, ciascuna casella della griglia contiene un numero. Per poter giocare una certa casella della griglia, il giocatore di turno deve individuare (tramite dei segnaposto da posizionare sui numeri al di sotto della griglia) due fattori il cui prodotto sia uguale al numero in quella casella.

Il carattere coinvolgente e motivante del gioco consente di spostare l’attenzione dello studente dal semplice raggiungimento del risultato all’importanza del processo risolutivo. Questo permette di creare un ambiente sereno in cui apprendere la matematica, contribuendo a instaurare un rapporto positivo con la disciplina e promuovendo un approccio più autentico e riflessivo all’apprendimento. Questo aspetto ci è sembrato ancora più rilevante in un contesto di limitazione delle libertà personali, come il carcere.

Oltre a coinvolgere sul piano cognitivo, il gioco risulta inclusivo e permette a ogni studente di elaborare strategie personali, facendo leva sulle proprie attitudini e conoscenze pregresse, e costruendo un percorso di apprendimento personalizzato (Ligabue, 2020). Al tempo stesso, il contesto ludico promuove l’autovalutazione e stimola riflessioni metacognitive sui processi di apprendimento, spingendo l’alunno a interrogarsi sulle proprie azioni e sui propri progressi. L’interazione tra giocatori aiuta a riconoscere l’errore come parte integrante del processo e a sviluppare importanti competenze di autoregolazione (Silva e Maffia, 2022). Vivere la sconfitta come un’occasione per provare nuove strategie aiuta a non interpretarla come un fallimento, ma come uno stimolo alla crescita. Infine, è essenziale mettere in relazione le strategie vincenti con il pensiero matematico, collegando le conoscenze acquisite al mondo reale, per favorire un apprendimento significativo. Poiché l’attività è rivolta a studenti adulti, questa prospettiva è stata esplicita fin dall’inizio, in modo che gli studenti capissero il valore educativo dell’attività e non la giudicassero incoerente rispetto al contesto scolastico.

Lezione 1

TASK 1: INTRODUZIONE (Facoltativo)	
Obiettivo specifico	Verificare le abilità di calcolo degli studenti (in particolare se ci sono nuovi inserimenti) e introdurre l'attività in modo che gli obiettivi siano riconoscibili.
Descrizione	L'insegnante propone moltiplicazioni alla lavagna di diverse difficoltà. Gli studenti svolgono operazioni alla lavagna, su base volontaria, o sul quaderno. Si suggerisce in questa fase di favorire l'emergere di diverse strategie di calcolo e discutere queste strategie con gli studenti in modo da condividerle.
Tempi	20 minuti
Materiali e strumenti	Lavagna; quaderno e matita/penna

TASK 2: GIOCO FORZA 4 MOLTIPLICATIVO	
Obiettivo specifico	Giocare ad una versione matematica del gioco Forza 4 per far emergere riflessioni sui contenuti matematici e in particolare sulle proprietà della moltiplicazione e sulla divisione come operazione inversa della moltiplicazione.
Descrizione	<p>L'insegnante spiega a voce le regole del gioco, aiutandosi con degli esempi. Poi, suddivide gli studenti in coppie.</p> <p>Gli studenti giocano diverse partite tenendo traccia delle mosse che fa ciascun giocatore della coppia, scrivendole sul proprio quaderno. La prima partita, per capire le regole, sarà su una griglia con numeri naturali e con fattori da 0 a 10; in seguito si useranno griglie diverse, aumentando gradualmente la difficoltà del gioco.</p> <p>Il docente passa tra i banchi e, quando lo ritiene, interviene per chiedere ragione delle mosse (ragionamenti, operazioni, strategie, etc.). L'insegnante raccoglie le riflessioni libere che saranno formalizzate in seguito.</p> <p>Possibili domande guida dell'insegnante: <i>Perché scegli di muovere quella pedina? Quali sono le mosse possibili? Cosa potrebbe fare il tuo avversario durante il suo turno?</i></p>
Tempi	1 ora
Materiali e strumenti	Materiali di gioco: diverse griglie stampate, segnaposto e pedine; quaderno e matita/penna; calcolatrice per chi ha maggiori difficoltà nel calcolo.

Lezione 2

TASK 3: DISCUSSIONE	
Obiettivo specifico	Formalizzare i contenuti matematici che sono emersi dal gioco.
Descrizione	<p>L'insegnante riprende l'attività precedente esplicitando l'obiettivo di lavorare sulla moltiplicazione e la sua operazione inversa. Per avviare la discussione, l'insegnante mostra agli studenti alcune partite svolte nella fase precedente (sulla LIM o distribuendone le fotocopie), per far emergere riflessioni e strategie. La discussione è finalizzata a cogliere i contenuti matematici e formalizzarli.</p> <p>Gli studenti partecipano alla discussione proponendo le mosse che farebbero nelle diverse situazioni motivandole, commentando e valutando le altre mosse possibili o quelle proposte dai compagni, esplicitando i ragionamenti fatti.</p> <p>Nel gioco possono emergere diversi aspetti da discutere:</p> <ul style="list-style-type: none"> • efficacia delle diverse strategie (es. dell'andare per tentativi) • uso della divisione nella scelta del fattore da giocare • uso della moltiplicazione per 0 • previsione delle mosse avversarie sulla base di multipli/sottomultipli dei numeri coinvolti • proprietà associativa della moltiplicazione (nel caso si siano usate griglie di gioco a tre fattori, ovvero nella variante in cui il numero da coprire con la pedina debba essere il risultato del prodotto di tre numeri) <p>Gli studenti scrivono le considerazioni emerse e le formalizzazioni fornite dall'insegnante sul proprio quaderno.</p>
Tempi	20-30 minuti
Materiali e strumenti	Lavagna; quaderno e matita/penna

TASK 4: OPERAZIONE INVERSA IN UN CONTESTO CONCRETO	
Obiettivo specifico	<p>Applicare in contesti reali, noti e significativi i contenuti matematici emersi nelle fasi precedenti.</p> <p>Cogliere la necessità di formalizzare l'inversione delle operazioni nella modellizzazione di problemi.</p>
Descrizione	<p>L'insegnante avvia la discussione con una domanda stimolo, ad esempio: <i>dove incontrate la moltiplicazione 8×5?</i></p> <p>Gli studenti potrebbero già rispondere individuando contesti concreti (per es. superficie della cella, numero di bottiglie in una scatola, etc.).</p> <p>L'insegnante porta l'attenzione su quei contesti che richiamano un modello di moltiplicazione come rettangolo/schieramento e propone come ulteriore stimolo una domanda che porti a riflettere sul problema inverso, ad esempio: "Come conoscere il lato di una stanza che ha area 40 e un lato di 5?".</p> <p>Gli studenti potrebbero rispondere usando la divisione ($40:5=8$) oppure richiamando la moltiplicazione in modo "diretto" ($5 \times 8=40$).</p> <p>L'insegnante propone un "problema inverso" coerente con i contesti emersi durante la discussione e adatto ai livelli della classe.</p> <p>Gli studenti risolvono individualmente il problema proposto dall'insegnante e scrivono sul quaderno la loro soluzione illustrando il proprio ragionamento anche tramite figure, schemi, calcoli, etc.</p> <p>L'insegnante invita gli studenti a condividere la risoluzione del problema e avvia una discussione con l'intento di fare emergere l'idea di divisione come operazione inversa della moltiplicazione e la sua utilità in contesti concreti.</p> <p>Gli studenti commentano le diverse strategie/procedure e poi riportano sul quaderno le conclusioni: la soluzione condivisa del problema (senza cancellare l'eventuale soluzione errata) e la formalizzazione del concetto matematico.</p> 
Tempi	45 minuti – 1 ora
Materiali e strumenti	Schede stampate con il testo di problemi; quaderno e matita/penna, calcolatrice per chi ha maggiori difficoltà nel calcolo.

Obiettivi della progettazione

Questa progettazione intreccia obiettivi strettamente matematici ad obiettivi trasversali: lo scopo è promuovere lo sviluppo di competenze legate all'ambito Numero favorendo una prospettiva algebrica (*early algebra*) e, al contempo, competenze di cittadinanza consapevole, spendibili anche nella vita futura.

All'interno dell'attività, ci si aspetta che gli studenti:

- eseguano moltiplicazioni e divisioni tra numeri naturali (o anche interi, frazioni o numeri decimali), sia mentalmente sia con strumenti di calcolo;
- riconoscano la divisione come operazione inversa della moltiplicazione e viceversa;
- individuino multipli e divisori di un numero naturale e multipli e divisori comuni a più numeri;
- sviluppino e applichino il pensiero matematico per risolvere problemi in contesti quotidiani;
- formalizzino strategie che gli permettano di generalizzare un problema specifico per passare a una classe di problemi;
- dialoghino e si rispettino reciprocamente costruendo significati condivisi;
- sviluppino un atteggiamento positivo nei confronti della matematica;
- riflettano sulle regole condivise e le rispettino, orientando in modo consapevole le proprie scelte.

Modalità di valutazione

In questa attività la valutazione si configura principalmente come autovalutazione e valutazione tra pari. La dinamica di gioco favorisce feedback spontanei: il compagno-avversario sarà attento a correggere eventuali errori di calcolo, mentre le regole del gioco spingono a comprendere le strategie altrui e a correggere le proprie. Durante la discussione di classe sulla risoluzione del problema (task 4), eventuali strategie sbagliate non verranno corrette dall'insegnante, ma messe a confronto con le soluzioni proposte dai compagni. Al tempo stesso, i ricchi scambi tra gli studenti saranno per l'insegnante l'occasione per osservare le abilità e le competenze degli studenti e per dare loro feedback mirati.

Adattamenti e possibili modifiche

I materiali di gioco possono essere predisposti in diversi modi:

- Le stampe delle griglie del gioco possono essere in carta semplice oppure plastificate, per aumentarne la resistenza e usarle per diverse partite.
- Per segnare le caselle giocate sulla griglia:
 - si possono usare due tipologie di “pedine”. Vanno bene pezzetti di carta o di plastica trasparente di due diversi colori o forme (vedi Figura 8); pedine troppo leggere, però, potrebbero spostarsi durante il gioco.
 - si possono scrivere sulle griglie classici segni X e O in matita o pennarello. In questo caso, è più facile conservare le mosse segnate sulla griglia e, eventualmente, mostrarle durante la discussione di classe.
- I segnaposto usati per indicare i fattori nella linea in basso, possono essere articoli di cancelleria come piccoli elastici, oppure analoghi alle pedine (ma distinti da esse).

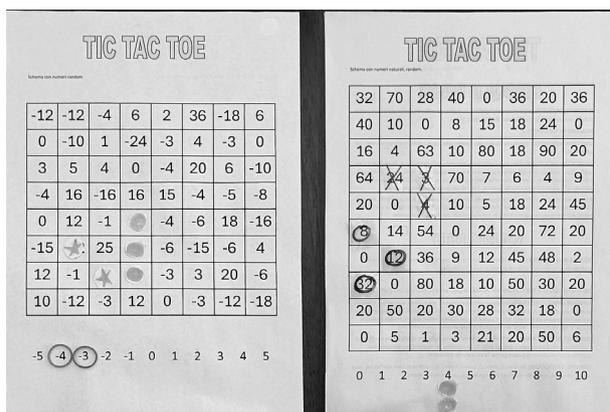


Figura 8. Esempi di partite con diverse soluzioni per pedine/segnaposto

Il gioco si presta a diverse varianti che permettono di declinare l’attività su diversi livelli di difficoltà, contenuti matematici e dinamiche:

- Si possono creare nuove griglie con caratteristiche diverse, che solleciteranno diverse competenze e riflessioni circa i contenuti matematici (per es. si possono introdurre tra i numeri della riga sottostante la griglia numeri razionali scritti in forma decimale o come frazioni, questi numeri saranno quindi possibili fattori da utilizzare nel gioco).

- Si possono adottare **regole di gioco** diverse per influire sul tipo di strategie. In particolare, per favorire l'uso della divisione, si possono adottare regole che “fissano” uno dei fattori in gioco, ad esempio, dando all'avversario il potere di scegliere uno dei due fattori da usare nella moltiplicazione.



Sebbene i problemi proposti nell'ultima fase (task 4) possano anche essere inventati al momento, può essere opportuno prepararne alcuni in anticipo, variando le casistiche circa i contenuti matematici e i contesti. In questo modo, gli stessi problemi possono anche essere preparati in lingue diverse e arricchiti con varie rappresentazioni che possono aiutare gli studenti nella comprensione del problema.

Se durante la fase introduttiva si dovessero notare lacune consistenti riguardo alle operazioni fondamentali, potrebbe essere utile creare insieme agli studenti uno schema che illustri le diverse operazioni, collegando i simboli al loro nome in italiano e a una rappresentazione riconoscibile. Inoltre, può essere utile predisporre un piccolo glossario, eventualmente tradotto in diverse lingue, con le parole definite e formalizzate durante l'intera attività.

Riflessioni e osservazioni

L'attività è stata progettata e sperimentata nella casa circondariale di San Vittore che si presenta come un contesto caratterizzato da un turnover particolarmente alto¹⁰. Per questo, si è deciso di prevedere tempi molto ridotti e rimodulabili, nel tentativo di permettere al maggior numero di studenti di seguire l'attività dall'inizio alla fine. Durante la sperimentazione, il gioco è risultato molto coinvolgente tanto che è stato difficile convincere gli studenti a passare alla fase di discussione e formalizzazione, cosa che ha causato una leggera dilatazione dei tempi rispetto a quanto programmato. Un'altra caratteristica, che deriva dal contesto in cui è stata progettata questa attività, è la grande varietà di adattamenti che può prevedere. La sua natura modulare può essere sfruttata in diversi modi, ad esempio si può ripetere l'attività in diversi momenti dell'anno, modi-

¹⁰ Secondo la relazione sulla Casa Circondariale di S. Vittore redatta dall'Unione delle Camere Penali Italiane, gli ingressi giornalieri sono numerosi (anche 20/30 al giorno) e quotidianamente avvengono trasferimenti ad altri istituti lombardi.
https://www.camerepenali.it/public/file/Oss_Carcere/relazione-san-vittore-14-agosto-2024.pdf

ficando le griglie in modo che permettano di lavorare su diversi contenuti matematici (per es. operazioni tra numeri naturali, interi, razionali) oppure si può anche estendere la durata dell'attività e affrontare i diversi contenuti consecutivamente. Come già accennato, una possibile variante del gioco potrebbe consistere nel proporre una griglia a tre fattori, ovvero fare in modo che una casella possa essere scelta da un giocatore se contiene il prodotto di tre fattori scelti tra quelli proposti e non solo due.

Nell'esperienza didattica si è riscontrato un ottimo coinvolgimento da parte degli studenti: hanno giocato volentieri e chiesto di fare più sessioni di gioco del previsto. Per questo motivo, è opportuno non introdurre troppo presto le griglie a tre fattori o con altre difficoltà, ma prevedere almeno tre partite con griglie base (moltiplicazioni a due fattori e numeri naturali): la prima partita serve infatti per imparare le regole e le due successive per sviluppare strategie e dare spazio allo spirito competitivo.

Le prime partite possono anche essere utili per chiarire alcune regole in caso di situazioni impreviste o per introdurre di nuove su proposta degli studenti. In particolare, ci si può trovare nella situazione di non aver nessuna mossa possibile, ovvero non poter coprire nessuna delle caselle ancora libere sulla base dei fattori a disposizione. Queste situazioni possono essere un punto di partenza per riflettere sia da un punto di vista matematico su cosa significhi questa "impossibilità" sia per mettere in discussione le regole stesse del gioco e per ragionare sulle conseguenze che queste hanno sulle possibili strategie. È interessante, inoltre, osservare l'importanza di avere delle regole condivise, per prevenire conflitti e incomprensioni.

Per una buona gestione del tempo di gioco, è utile anticipare le riflessioni sulle strategie e sui concetti matematici, durante le partite, invitando gli studenti a condividere e discutere le proprie strategie. Tali interruzioni vanno però gestite con attenzione: esplicitare le proprie mosse può ridurre il vantaggio competitivo; tuttavia, è importante ricordare che si tratta di un'attività didattica, e che l'obiettivo principale non è vincere, bensì imparare insieme. In questo senso, la scrittura delle mosse da parte degli studenti si è rivelata particolarmente efficace. Anche se può sembrare rallentare il gioco, si è dimostrata utile e ben accolta: stimola la riflessione, favorisce la discussione e sostiene lo sviluppo di strategie più consapevoli.

Nella formazione delle coppie è opportuno tenere in considerazione le abilità di calcolo degli studenti (che possono eventualmente essere te-

state durante la fase introduttiva). Proporre coppie omogenee permette di lavorare maggiormente sulle strategie e fare emergere nuovi contenuti matematici utili alla discussione. Nel caso di coppie fortemente disomogenee, si può instaurare spontaneamente una relazione di peer tutoring, nella quale lo studente debole è supportato da quello esperto sia nella scelta delle mosse sia nel calcolo delle moltiplicazioni. Questa situazione può rinforzare la conoscenza delle tabelline, ma difficilmente stimola la ricerca di strategie vincenti. Inoltre, il Forza4 moltiplicativo si configura come un'attività "low threshold, high ceiling", ovvero è accessibile a tutti, ma offre possibilità di approfondimento e sviluppo per chi ha competenze più avanzate. Per questo, è importante proporre schede di difficoltà diversa (con numeri più grandi o numeri negativi o con più fattori) a seconda del livello della coppia e dei contenuti su cui si vuole riflettere. Tuttavia, all'aumentare della difficoltà, gli aspetti competitivi del gioco possono rivelarsi controproducenti, quando non si gioca "alla pari" con il compagno; in questi casi è importante riportare l'attenzione sull'obiettivo didattico.

Nel corso dell'attività svolta in classe, ad una coppia di studenti è stato proposto di giocare anche una partita con tre fattori, come variazione rispetto alle regole base. Questa partita ha evidenziato maggiori difficoltà. In particolare, uno studente ha avuto bisogno della calcolatrice per eseguire i calcoli, affidandosi sempre a procedimenti diretti. Nonostante lo stimolo a riflettere sulla proprietà associativa, questa non è stata adottata come strategia.

Durante la sperimentazione dell'attività si è visto che le strategie emerse da parte degli studenti si sono evolute tra una partita e l'altra, influenzandosi reciprocamente. Inizialmente, le pedine venivano posizionate in zone lontane della griglia di gioco, senza interferenze reciproche. Questo comportamento dava un vantaggio al primo giocatore, che, essendo in "vantaggio" di una pedina e non venendo ostacolato dall'avversario, vinceva in breve tempo. In seguito, gli studenti hanno cominciato a elaborare strategie più articolate, volte anche a ostacolare l'avversario, collocando le pedine vicino a quelle dell'altro giocatore o sfruttando le proprietà matematiche del gioco. Un esempio interessante è emerso nella partita rappresentata in Figura 9. Uno studente, dopo aver giocato le caselle 24, 20, 0 e 2 (non in quest'ordine), si ritrova con i segnaposti nelle posizioni 0 e 8. Sceglie di muovere quello sull'8 e, dopo una lunga riflessione, lo posiziona sul 3. Effettua la moltiplica-

zione $3 \times 0 = 0$, segnando così una casella apparentemente inutile, sia per continuare la propria sequenza che per bloccare l'avversario. Alla fine della partita, lo studente spiega la sua scelta: voleva impedire all'avversario di giocare sulle caselle 36 o 40 e, quindi, non poteva lasciare nessun segnaposto su 4, 5, 6 e 8; tra i numeri restanti ha scelto quello potenzialmente utile nel turno successivo. Questa spiegazione è stata usata dall'insegnante per far emergere il concetto di multiplo e sottomultiplo e per approfondire le proprietà delle strutture moltiplicative.

TIC TAC TOE

Schema con numeri naturali, random

48	12	50	3	80	18	30	0
18	3	14	0	4	8	24	70
32	10	16	90	54	30	20	16
45	21	20	4	48	49	0	15
90	8	9	7	0	30	1	36
72	0	35	63	20	56	16	12
42	10	24	27	2	8	0	100
24	32	4	9	18	36	40	6
64	6	50	35	0	90	81	42
40	0	24	60	5	60	25	28

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Figura 9. Esempio di partita nella quale le ultime tre mosse sono state: “ $3 \times 0 = 0$ ” (X vertice in alto a destra) – “ $3 \times 4 = 12$ ” (O a destra del 16) – “ $3 \times 10 = 30$ ” (X a sinistra dello 0). I segni sul 36 e sul 40 non corrispondono a mosse fatte durante il gioco.

Un'altra strategia utilizzata è stata quella di giocare nelle zone della griglia dove fosse presente uno zero, usato come “jolly”, perché ottenibile in ogni momento del gioco, spostando uno dei segnaposto sullo zero. Questa mossa, grazie alla sua semplice applicazione, si è affermata anche tra i compagni, anche se con alcune incertezze. Questo ha fornito all'in-

segnante l'occasione per chiarire la legge di annullamento del prodotto.

Se la divisione non dovesse emergere come contenuto utilizzato nelle varie strategie, l'insegnante può stimolare delle riflessioni con delle domande mirate: "Se i segnaposto sono sul 1 e sul 3 e io ho bisogno di mettere la pedina sul 12, che mossa devo fare? Perché?". Gli studenti potrebbero comunque rispondere utilizzando l'operazione diretta " $3 \times 4 = 12$ ", per questo si può provare a presentare delle situazioni "impossibili", cioè delle divisioni il cui risultato non è intero o non è presente nella griglia di gioco, e chiedere di determinare quale numero servirebbe aggiungere tra i fattori disponibili, per ottenere il risultato cercato.

Durante l'ultima fase dell'attività (task 4), gli studenti hanno dimostrato di saper applicare spontaneamente la moltiplicazione a situazioni reali, come il calcolo delle aree. Tuttavia, hanno trovato maggiori difficoltà nell'approccio al concetto di operazione inversa, tendendo a procedere per tentativi diretti. La discussione di classe può essere uno strumento efficace per far emergere la divisione come inverso della moltiplicazione. Nella proposta dei problemi può essere utile far operare con numeri non interi, per scoraggiare l'uso meccanico delle tabelline e far emergere la necessità di modellizzare la situazione con la divisione. I problemi proposti dall'insegnante dovrebbero rispecchiare sia i contenuti matematici emersi nelle fasi precedenti, che i contesti d'uso suggeriti dagli studenti durante la discussione. Inoltre, questo task può essere anche propedeutico alla futura trattazione di altri contenuti, per esempio, i problemi di inversione nel contesto delle aree, potranno essere richiamati quando si introdurrà la radice quadrata come inverso della potenza con esponente 2.

3.3 L'insegnamento della geometria nella scuola: criticità, risorse e prospettive

Federica Mennuni, Gabriella Pocalana

La geometria, come altri ambiti della matematica scolastica, rischia spesso di essere ridotta a un insieme di “regole” da memorizzare. Tali regole possono riguardare, di volta in volta, definizioni, teoremi, assiomi, o algoritmi, finendo per mescolarsi in un amalgama che lascia in disparte i significati e le specifiche caratteristiche epistemologiche di questi diversi elementi. Questo appiattimento dell'insegnamento e dell'apprendimento della geometria su un piano meramente procedurale – centrato sull'applicazione di regole delle quali non si è costruito il senso – può generare una visione della disciplina come puro esercizio tecnico.

Numerosi insegnanti segnalano come, proprio in geometria, gli studenti e le studentesse incontrino difficoltà specifiche e maggiori rispetto ad altri ambiti della matematica, in particolare, nella risoluzione di problemi. Tale situazione contribuisce a una progressiva marginalizzazione della geometria nella pratica scolastica, con una riduzione significativa dello spazio a essa dedicato nei curricula di ogni ordine di scuola. Ciò priva gli studenti e le studentesse di un'opportunità preziosa per contribuire allo sviluppo del pensiero logico, della creatività e della capacità di osservazione e modellizzazione.

La geometria possiede, infatti, caratteristiche peculiari che la rendono un ambito privilegiato per la riflessione sul rapporto tra realtà fisica e teoria matematica. Rispondendo alla domanda “Cos'è la geometria?” già Freudenthal (1973) diceva: “Non c'è dubbio su cosa dovrei rispondere: la geometria è afferrare lo spazio. [...] è afferrare quello spazio in cui il bambino vive, respira e si muove. Lo spazio che il bambino deve imparare a conoscere, esplorare, conquistare, per poter vivere, respirare e muoversi meglio in esso” (p. 403, nostra traduzione).

E prosegue: “La geometria può essere significativa solo se sfrutta la relazione della geometria con lo spazio vissuto” (p. 407, nostra traduzione).

La geometria può essere considerata, a ragion veduta, un modello dello

spazio fisico e per questo è legata alle esperienze vissute che contribuiscono alla concettualizzazione spontanea. In questo senso, più di altre discipline, la geometria resta legata ad un aspetto “concreto” di legame con la realtà. Basti pensare all'esperienza tattile del tracciare una retta con matita e righello o mantenere la curvatura costante nel tracciare circonferenze. Ma la geometria non coincide con la concettualizzazione dello spazio; infatti, essa assume una sua indipendenza come teoria matematica. Per sviluppare un pensiero geometrico efficace, questa naturale concettualizzazione deve evolvere ed armonizzarsi con aspetti via via più formali della geometria come teoria.

In effetti, dal punto di vista epistemologico e psicologico, la geometria prende le mosse dall'esperienza fisica di cui seleziona alcuni aspetti: le relazioni spaziali per fornirne un modello ideale (Mariotti, 2005). A sua volta, alcune esperienze (come la riproduzione di disegni) modellizzano alcune relazioni geometriche attraverso relazioni spaziali tra tratti grafici. In questo contesto, la rappresentazione grafica, tramite disegno, delle figure geometriche può aiutare a concettualizzarne proprietà e relazioni. Dunque, emerge un ruolo peculiare del disegno in geometria. Benché fin dalle origini, il disegno abbia rappresentato un elemento distintivo della pratica geometrica, il suo uso presenta anche insidie: esso fornisce un supporto fondamentale nella risoluzione di problemi, ma rischia di generare difficoltà se non se ne coglie la natura di istanza materiale di concetti ideali, quali sono gli oggetti geometrici. Si rischia spesso di confondere il concetto con una sua particolare rappresentazione (Hershkowitz, 1990), inserendo nel personale prototipo del concetto proprietà che sono solo contingenti. Inoltre, le rappresentazioni grafiche tramite disegno presentano difficoltà intrinseche quando si vogliono rappresentare figure tridimensionali (Duval, 2018). Per promuovere ragionamenti di natura generale sulle proprietà delle figure geometriche, è dunque essenziale stimolare gli studenti e le studentesse a distinguere tra gli elementi caratteristici che definiscono una data figura dalle caratteristiche contingenti e accidentali di uno specifico disegno.

Ad esempio, modellizzando un armadio presente in aula come un parallelepipedo rettangolo, può emergere una prima difficoltà legata alla rappresentazione su un foglio bidimensionale di un solido tridimensionale, talvolta in scala, con opportune semplificazioni e approssimazioni. Ma una sfida ancora più profonda, che richiede un lavoro ancora più delicato, è quella legata al saper prescindere dalle caratteristiche peculiari

del parallelepipedo rappresentato – come le dimensioni, le proporzioni o l’orientamento del disegno sul foglio – per riconoscere le proprietà generali che valgono per qualunque parallelepipedo rettangolo – come la relazione di perpendicolarità tra alcuni suoi spigoli.

Lo sviluppo del pensiero geometrico richiede un lavoro didattico graduale e continuo da parte dell’insegnante, che parta dall’esperienza spaziale in contesto reale per guidare gli studenti e le studentesse verso la costruzione di modelli geometrici e la scoperta di relazioni spaziali che devono diventare via via più generali e teoriche. L’aspetto cruciale resta quello di poter sperimentare in prima persona il processo di modellizzazione dal quale prende senso e può emergere un determinato concetto: dal problema grezzo che la realtà ci pone, alla sistematizzazione organica di idee e proprietà, in un sistema riconoscibile come “geometria”. Il passaggio è davvero delicato, soprattutto perché spesso diamo per scontato il superamento della distanza tra esperienza spaziale e organizzazione teorica. Sottolinea Mariotti (2005): “Le idee geometriche e le proprietà ad esse legate sono diventate così familiari nella nostra cultura che il confine tra ciò che è spontaneo e ciò che invece è prodotto di elaborazione culturale non sembra essere più ben definito, annullando la possibile distanza tra quella che possiamo considerare una naturale concettualizzazione dello spazio nel quale viviamo e la sua sistemazione teorica nella Geometria. In realtà [...] non sembra del tutto corretto ignorare, o dare per scontato, il superamento di questa distanza. Il problema principale riguarda il legame tra la concettualizzazione dello spazio, che ha origine nell’esperienza quotidiana, [...] e la Geometria come teoria matematica e in particolare come disciplina scolastica” (pp. 199-200)

Dunque, curare il passaggio dall’esperienza fisica alla sistematizzazione teorica – eventualmente espressa anche in linguaggio naturale – è cruciale fin dalla scuola primaria (Mariotti, 2005). In questo è essenziale tenere conto e curare gli aspetti spaziali e teorici dei concetti geometrici.

Un valido supporto in tal senso è costituito dagli ambienti di geometria dinamica (come *GeoGebra*, *Cabri Express*, *Desmos*, *Sketchpad*) che consentono di realizzare disegni geometrici che mantengono una forte coerenza con la teoria geometrica euclidea. Infatti, in tali ambienti, è possibile effettuare una costruzione mediante comandi specifici che permettono di imporre esplicitamente determinate proprietà (per esempio il parallelismo o la perpendicolarità tra rette). Al contrario, in un disegno con carta e matita, l’imposizione di tali proprietà può rimanere implicita o essere,

addirittura, inconsapevole. Inoltre, la potenzialità degli ambienti di geometria dinamica, che maggiormente li caratterizza rispetto ad un ambiente tradizionale con carta e matita, è la possibilità di “muovere” le figure costruite tramite il comando di trascinamento, mantenendo invariate le proprietà imposte durante la costruzione. Per effetto del trascinamento è, dunque, possibile notare quali caratteristiche delle figure rimangono fisse perché imposte per costruzione e quali invece possono cambiare, perché contingenti. Se una figura è stata costruita imponendo il parallelismo tra due lati, questi resteranno paralleli anche durante il trascinamento, che potrà invece modificarne altre caratteristiche, come la lunghezza dei lati, la posizione o l'orientamento della figura. Inoltre, la figura manterrà anche tutte le proprietà che derivano da quel parallelismo (Mariotti, 2010).

La funzionalità di trascinamento favorisce anche il superamento delle cosiddette “figure prototipiche”, ovvero quelle rappresentazioni standardizzate di figure geometriche che tendono a mettere in evidenza alcune caratteristiche contingenti alla particolare rappresentazione scelta, spesso erroneamente interpretate come essenziali per la definizione della figura stessa. Un esempio molto comune è quello del triangolo isoscele rappresentato tipicamente con la base orizzontale, parallela al bordo inferiore e superiore del foglio o della lavagna, e i due lati uguali (detti solitamente “obliqui” rispetto al sistema di riferimento dato dal foglio o dalla lavagna) disposti verso l'alto e più lunghi della base. Molto più facilmente rispetto al disegno su un foglio di carta o su una lavagna, attraverso la funzionalità di trascinamento in un ambiente di geometria dinamica, è possibile ruotare liberamente il triangolo che è stato costruito o modificarne la lunghezza dei lati, senza alterarne la caratteristica di essere isoscele. Un discorso analogo vale, ad esempio, per il quadrato – spesso disegnato con i lati paralleli ai bordi del foglio o della lavagna – o per il rombo – comunemente rappresentato con le diagonali parallele ai bordi del foglio o della lavagna. In tutti questi casi, il trascinamento permette di distinguere le proprietà caratteristiche delle figure da quelle contingenti, contribuendo a distaccarsi da rappresentazioni stereotipate e potenzialmente fuorvianti.

Gli ambienti di geometria dinamica, inoltre, possono contribuire a valorizzare la geometria non solo come uno strumento utile per esplorare e descrivere lo spazio che ci circonda, ma anche come terreno privilegiato per sviluppare competenze argomentative. L'argomentazione teorica può emergere come esito naturale di un percorso di esplorazione e di manipolazione di oggetti allo scopo di rispondere ad una domanda

significativa. Tali oggetti possono essere materiali e tangibili, presenti fisicamente nell'ambiente circostante, oppure figure virtuali costruite in ambienti di geometria dinamica. In entrambi i casi, l'esplorazione può partire dall'osservazione e dalla possibilità di muovere e manipolare oggetti, per proseguire con la formulazione di congetture in risposta alla domanda posta. Affinché tale processo possa essere ricco e stimolante, la domanda posta dall'insegnante dovrà essere sufficientemente "aperta" da consentire differenti strategie di esplorazione e differenti proposte di congetture. Si ha un problema in formulazione aperta quando la situazione e gli obiettivi posti dal problema non sono esplicitamente descritte nel compito (Mariotti, 2022). Per esempio, potrà contenere una domanda del tipo: "Che cosa succede nel caso in cui ...?", oppure "Che cosa si può dire di una figura in cui ...?". Le congetture prodotte dagli studenti e dalle studentesse dovranno essere successivamente esposte e confrontate in una fase di discussione collettiva. Durante la discussione, gli studenti e le studentesse saranno chiamati dall'insegnante ad argomentare le proprie congetture e a cercare di comprendere quelle degli altri e delle altre, per arrivare gradualmente alla costruzione di un sapere teorico condiviso, il cui livello di formalizzazione dipende dal livello scolare e dalla cultura della classe. Nei livelli più elevati, tali argomentazioni potranno prendere la forma di vere e proprie dimostrazioni, intese non come un rituale da imparare a memoria e da ripetere, ma come una risposta sensata a una domanda significativa (Soldano & Sabena, 2023).

In contesti in cui gli studenti e le studentesse sono protagonisti/e attivi del proprio processo di apprendimento, come quelli descritti fino ad ora, anche la valutazione richiede di essere ripensata in modo da assumere un ruolo coerente con gli obiettivi formativi. Spesso la valutazione in geometria si concentra su esercizi procedurali o sulla correttezza delle formule applicate, trascurando i processi di pensiero che conducono alla soluzione. Una prospettiva formativa, invece, valorizza i processi di pensiero, la capacità di formulare congetture, la riflessione sul proprio percorso, e la capacità di rielaborare gli errori e di affrontarli in modo costruttivo. Gli errori stessi diventano, infatti, elementi generativi, occasioni per esplorare alternative, affinare le intuizioni e riformulare le strategie. Di conseguenza, l'errore non è visto come fallimento, ma come opportunità di apprendimento, che consente di esplicitare i propri ragionamenti e confrontarli con quelli dei e delle pari, sviluppando negli studenti e nelle studentesse un senso di responsabilità nei confronti del proprio apprendimento.

3.3.1 La geometria intorno a noi

Antonia Catalano, Gabriella Pocalana

L'attività proposta qui di seguito è stata progettata in collaborazione con due insegnanti del CPIA 5 di Milano, in servizio presso il carcere di *San Vittore* e l'IPM *Beccaria*, ed è stata sperimentata presso l'IPM *Beccaria*.

L'attività è incentrata sulla geometria ed è focalizzata, in particolare, su due figure piane molto familiari – il quadrato e il rettangolo – e su due solidi molto comuni – il cubo e il parallelepipedo rettangolo. Imparare a riconoscere queste figure negli oggetti della vita quotidiana, come una scatola, un libro, una stanza o una finestra, ci permette di operare su di essi, per esempio ricavandone grandezze caratteristiche.

Saper misurare con precisione o ricavare, tramite calcoli appropriati, le dimensioni di questi oggetti – come la lunghezza dei lati, le aree delle superfici e i volumi – è una competenza fondamentale, che trova applicazione diretta in molte situazioni quotidiane: ad esempio, per decidere quanta vernice acquistare per tinteggiare una parete in base alla sua superficie, o stimare il numero di piastrelle da comperare per piastrellare un pavimento.

L'attività qui presentata è basata su esempi, esperienze dirette e oggetti familiari agli studenti, in quanto basata sull'idea che l'apprendimento sia più efficace quando parte dall'osservazione diretta e coinvolge attivamente gli studenti. In particolare, ad essi può essere richiesto di toccare con mano oggetti fisici, effettuare misurazioni, utilizzare strumenti appropriati (anche non convenzionali) e discutere insieme i risultati, per rendere la geometria viva, utile e accessibile.

Attraverso il coinvolgimento diretto e la partecipazione attiva, vengono sviluppate non solo competenze in ambito geometrico, ma anche capacità di osservazione, ragionamento logico e problem solving, indispensabili per affrontare con consapevolezza e autonomia i problemi posti dalla realtà che ci circonda.

L'attività è stata concepita immaginando un modello “a fisarmonica”, flessibile, adattabile al gruppo classe. I “task” proposti di seguito sono da intendersi come suggerimenti di attività che l'insegnante può seguire, anche parzialmente, con un ordine differente rispetto a quello con cui sono presentati in questa sede.

TASK 1: DISCUSSIONE COLLETTIVA SUI QUADRILATERI	
Obiettivo specifico	Fare una ricognizione delle competenze pregresse degli studenti e condividere proprietà, nomenclatura e simbologia specifica relativa al quadrato e al rettangolo.
Descrizione	L'insegnante guida una discussione collettiva per introdurre alcune delle proprietà geometriche (legate ad angoli e lati) del quadrato e del rettangolo, con relativa nomenclatura specifica essenziale, cercando di far emergere le conoscenze pregresse degli studenti. Alla lavagna, schematizza e organizza in mappe quanto emerso dalla discussione. Gli studenti partecipano alla discussione e, infine, riportano sul loro quaderno le mappe e gli schemi fatti alla lavagna.
Tempi	30 minuti
Materiali e strumenti	LIM o lavagna tradizionale; righello; quaderno, penna, matita e gomma per ogni studente.

TASK 2: RICONOSCIMENTO DI FIGURE E MISURAZIONE	
Obiettivo specifico	Promuovere il riconoscimento delle figure piane richiamate durante la discussione (quadrato e rettangolo) negli oggetti attorno a sé. Promuovere la competenza relativa al misurare lunghezze con appositi strumenti.
Descrizione	L'insegnante chiede agli studenti di individuare forme che richiamano quadrati e rettangoli negli oggetti presenti in aula (piano del banco, parti dell'armadio, facce delle scatole, fogli di carta, etc.), misurandone le dimensioni. Gli studenti effettuano le misurazioni e si confrontano tra di loro sui risultati ottenuti. Riproducono, quindi, sul loro quaderno le figure geometriche piane corrispondenti agli oggetti misurati, con l'indicazione delle dimensioni. Infine, formalizzano l'indicazione della misura dei lati delle figure attraverso la stesura dei dati utilizzando sia il linguaggio naturale che quello matematico.
Tempi	20 minuti
Materiali e strumenti	Metro da sarto; oggetti presenti in aula o portati dall'insegnante; righello, quaderno e matita/penna

TASK 3: CONCETTI DI AREA E PERIMETRO E RELATIVO CALCOLO	
Obiettivo specifico	Favorire la concettualizzazione di area e perimetro di un rettangolo (o quadrato) attraverso attività manipolative. Mettere in relazione tali prime concettualizzazioni con le operazioni di somma e moltiplicazione di misure.
Descrizione	L'insegnante introduce i concetti di area e perimetro proponendo esempi tratti dalla vita quotidiana (per es. il pavimento dell'aula). Propone poi agli studenti di "riempire" l'area di un rettangolo disegnato sul quaderno trasladando una matita. Gli studenti trasladano la matita parallelamente ad uno dei lati per tutta la lunghezza dell'altro lato. L'insegnante guida una discussione che mira a far emergere la corrispondenza tra il gesto di trasladare la matita e l'operazione di moltiplicazione tra le misure dei lati del rettangolo. Successivamente, gli studenti colorano il contorno del rettangolo, ne misurano i lati e trovano il perimetro sommando tali misure. Riportano, infine, sul quaderno le procedure, utilizzando quanto più possibile il linguaggio matematico.
Tempi	20 minuti
Materiali e strumenti	Oggetti presenti in aula; righello, quaderno e matita/penna

TASK 4: RICONOSCIMENTO DI FIGURE GEOMETRICHE IN OGGETTI FAMILIARI	
Obiettivo specifico	Promuovere il riconoscimento di figure geometriche in oggetti familiari agli studenti.
Descrizione	L'insegnante propone agli studenti immagini legate alla vita quotidiana, come cartelli stradali e bandiere , e chiede di riconoscere le figure geometriche a loro note. Gli studenti discutono, si confrontano sulle figure geometriche che riconoscono e sul nome ad esse attribuito nella loro lingua d'origine.
Tempi	30 minuti
Materiali e strumenti	Slide con immagini di oggetti familiari agli studenti.



TASK 5: DISCUSSIONE COLLETTIVA SUI PRISMI	
Obiettivo specifico	Fare una ricognizione delle competenze pregresse degli studenti, e condividere proprietà, nomenclatura e simbologia specifica legata ai prismi, in particolare ai parallelepipedi.
Descrizione	L'insegnante guida una discussione collettiva che mira al riconoscimento di prismi noti negli oggetti presenti in aula (principalmente, parallelepipedi rettangoli). Progressivamente, fa emergere alcune delle proprietà geometriche dei prismi considerati, con relativa nomenclatura specifica, cercando di valorizzare le conoscenze pregresse degli studenti. Alla lavagna, schematizza e organizza in mappe quanto emerso dalla discussione. Gli studenti partecipano alla discussione e, infine, riportano sul loro quaderno le mappe e gli schemi fatti alla lavagna.
Tempi	30 minuti
Materiali e strumenti	LIM o lavagna tradizionale; righello; quaderno, penna, matita e gomma per ogni studente.

TASK 6: RICONOSCIMENTO E MISURAZIONE DI PRISMI	
Obiettivo specifico	Promuovere il riconoscimento di parallelepipedi (o cubi) negli oggetti della vita quotidiana e sviluppare la competenza di misurarne le dimensioni. Riconoscere nei solidi le forme geometriche corrispondenti alle facce.
Descrizione	L'insegnante chiede agli studenti di individuare parallelepipedi e cubi negli oggetti presenti in aula, misurandone le dimensioni. Gli studenti si confrontano sui solidi riconosciuti e sulle figure piane che ne rappresentano le facce, effettuando le misurazioni delle relative dimensioni. Riproducono, quindi, sul loro quaderno le figure geometriche corrispondenti agli oggetti misurati, con l'indicazione delle dimensioni. Infine, riportano l'indicazione della misura dei lati delle figure attraverso la stesura dei dati utilizzando il linguaggio e la simbologia matematica.
Tempi	30 minuti
Materiali e strumenti	Metro da sarto; modelli solidi (prismi a base rettangolare, cubo); righello, quaderno, penna, matita e gomma per ogni studente.

TASK 7: DEDUZIONE FORMULE PER SUPERFICIE LATERALE E VOLUME	
Obiettivo specifico	Promuovere la concettualizzazione di superficie di figure piane e di volume di solidi.
Descrizione	<p>Proporre di immaginare di dipingere le superfici o di riempire i solidi come fossero recipienti cavi per arrivare alla costruzione dell'idea di superficie e volume. Proporre di impilare tanti fogli di carta, tutti uguali, uno sull'altro fino ad arrivare all'altezza desiderata per il parallelepipedo che si va formando.</p> <p>Porre l'attenzione sulla procedura di impilare fogli con la relazione che lega il volume alle superficie di base e all'altezza del parallelepipedo.</p> <p>Gli studenti immaginano quanto proposto dall'insegnante. Impilano tanti fogli fino ad arrivare all'altezza prevista (Figura 10). Riportano, infine, sul quaderno le relative formule/procedure utilizzando eventualmente il linguaggio algebrico.</p>
Tempi	20 minuti
Materiali e strumenti	Risma di carta, scatola, modelli solidi (prismi a base rettangolare, cubo); righello, quaderno, penna, matita e gomma per ogni studente.



Figura 10. Fogli impilati per richiamare una sorta di parallelepipedo.

TASK 8: GIOCO CON I DADI	
Obiettivo specifico	Familiarizzare in modo ludico con lo sviluppo piano del cubo.
Descrizione	<p>L'insegnante mostra un dado a sei facce e chiede a quale figura solida assomiglia. Propone agli studenti di lanciarlo sul banco e di leggere i numeri comparsi, poi di osservare la posizione dei numeri sulle facce annotandosi la somma delle facce opposte.</p> <p>Proietta alla LIM il primo esercizio della scheda (Figura 11) e lo legge ad alta voce, chiedendo un feedback agli studenti. Consegna poi ad ogni studente lo sviluppo piano del dado che ha individuato come corretto (già stampato in A3 e ritagliato) e invita a ricostruire il dado in tre dimensioni, per verificare che la scelta sia corretta. In caso di errore, dopo aver lasciato il tempo per una eventuale fase di autocorrezione, l'insegnante fornisce lo sviluppo corretto. Per questa attività potrebbe essere utile fornire anche il nastro adesivo trasparente (per semplificare il processo di costruzione).</p> <p>Ogni studente osserva il dado e cerca di riconoscere quale solido ricorda. Lo lancia più volte e osserva la posizione dei numeri sulle facce. Sceglie lo sviluppo piano del dado che gli sembra corretto tra quelli proposti dall'insegnante e cerca di ricostruire il dado in tre dimensioni, verificando la correttezza della sua congettura.</p> 
Tempi	30 minuti
Materiali e strumenti	<p>Dadi (meglio se di grandezze e stili diversi); slide da proiettare sulla LIM con il primo esercizio; scheda cartacea con il secondo esercizio e apposito spazio per risposta o disegno (=n° studenti); stampe cartacee degli sviluppi A, B, C e D; sagome già ritagliate; numero di copie maggiore dello sviluppo D (=n° studenti). (Figura 11); nastro adesivo trasparente.</p>

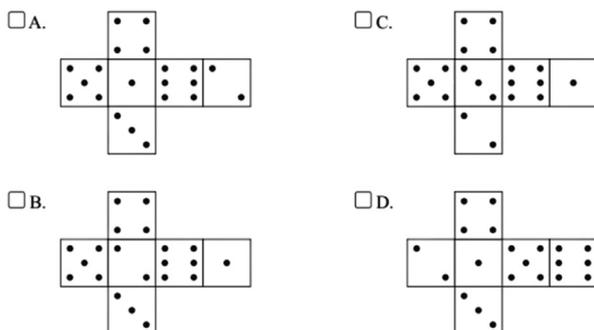


Figura 11. Esercizio nel quale gli studenti devono riconoscere lo sviluppo piano di un dado

Obiettivi della progettazione

Questa progettazione mira a raggiungere sia obiettivi disciplinari di matematica sia obiettivi trasversali per promuovere sia competenze matematiche che competenze di cittadinanza consapevole. Si tiene conto dei traguardi di competenza previsti al termine del primo ciclo di istruzione nelle indicazioni ministeriali attuali. In particolare, i principali obiettivi di questa progettazione sono elencati di seguito:

- Acquisire la conoscenza della nomenclatura relativa ai quadrilateri e ai parallelepipedi. Ciò comprende termini come lati, angoli, quadrato, rettangolo, e altri elementi geometrici essenziali.
- Comprendere il significato dei concetti di perimetro, area e volume, come misure fondamentali delle figure geometriche piane e solide.
- Saper calcolare il perimetro e l'area dei principali quadrilateri, con particolare attenzione a rettangolo e quadrato.
- Saper calcolare la superficie laterale, la superficie totale e il volume dei parallelepipedi.
- Riconoscere lo sviluppo piano di un parallelepipedo, cioè la sua rappresentazione scomposta in due dimensioni, utile per comprendere la struttura delle sue superfici.
- Conoscere e utilizzare le principali unità di misura della lunghezza, sia convenzionali (metro, centimetro) che non convenzionali (unità arbitrarie usate in attività esplorative).

- Saper utilizzare strumenti di misura per rilevare correttamente le lunghezze.
- Comprendere il significato dei simboli utilizzati nelle formule per aree, perimetri e volumi, in modo da saperle applicare correttamente nei diversi contesti.

Modalità di valutazione

La valutazione degli apprendimenti degli studenti è continua e differenziata. Tiene conto dei feedback durante tutta l'attività a partire dall'ascolto attivo, alla partecipazione durante la fase di stimolazione, al coinvolgimento e cooperazione durante l'esercizio, fino al completamento dell'attività.

La valutazione tiene conto delle competenze individuali di partenza (anche trasversali e linguistiche), delle diverse velocità nell'apprendimento e delle competenze potenziate alla fine dell'attività.

Le modalità di valutazione, si adeguano ai canali d'espressione che più gratificano e confortano gli studenti, anche in maniera differenziata:

- Elaborati scritti e commentati anche oralmente (per es., alla lavagna).
- Valutazione di esercizi in forma scritta (prova finale, a chiusura dell'argomento).
- feedback orale.
- Osservazione delle esperienze di lavoro di gruppo, di *tutoring* e di *peer education* consolidate in classe o guidate dall'insegnante.
- Autovalutazione.

Adattamenti e possibili modifiche

L'attività può essere adattata ai diversi percorsi scolastici, background culturali e competenze in entrata degli studenti. Può rispondere ai bisogni degli studenti modulando sia il livello di approfondimento dei contenuti, che la tipologia di materiali proposti, in base alla qualità del feedback, ai livelli di attenzione riscontrati, alla motivazione mostrata e ai "tempi del carcere".

Nel ripensare l'attività didattica, l'insegnante ha proposto una variante significativa: partire da un'attività ludica e coinvolgente, che metta gli studenti in una posizione attiva e sperimentale, rimandando la fase di discussione più teorica – con la formalizzazione di regole e formule –

a un momento successivo. Questa scelta riflette un approccio didattico centrato sull'esperienza concreta e sull'apprendimento significativo. Attraverso il gioco e la manipolazione, gli studenti non solo si sentono più motivati, ma sviluppano intuizioni spontanee e personali, che rendono più naturale e duratura la comprensione dei concetti geometrici.

Far seguire l'organizzazione in teoria alle esperienze spaziali personali consente l'ancoraggio degli aspetti teorici a un'esperienza vissuta in prima persona, rendendo formule e definizioni strumenti per "chiarire" ciò che è stato osservato, invece che astrazioni imposte in anticipo. In questo modo, l'apprendimento diventa più autentico, il ruolo dell'insegnante si trasforma in *guida* e *facilitatore*, e la geometria prende forma a partire dalla realtà vissuta in aula.

Riflessioni e osservazioni

La progettazione didattica presentata, pur proponendo attività che in alcuni tratti possono apparire tradizionali – come la trascrizione di mappe, schemi, termini e disegni sul quaderno – si fonda su un'attenta riflessione pedagogica legata al contesto. Queste pratiche, spesso percepite come ripetitive o superate, si rivelano invece strumenti preziosi per aiutare lo studente a riconoscere e interiorizzare le convenzioni della scuola, a ritrovare un ordine familiare e rassicurante. In particolare, per chi fatica ad agire in autonomia – nella scrittura, nel disegno, nella rielaborazione dei contenuti – queste attività rappresentano un punto d'appoggio, un primo passo verso la costruzione di competenze più solide e personali. Il quaderno, in questo senso, diventa non solo strumento operativo, ma anche uno spazio identitario: una collezione visibile dei propri apprendimenti, una traccia tangibile del proprio percorso. Ritrovarsi in ciò che si è costruito con fatica può essere fonte di motivazione, orgoglio e fiducia; riprendere in mano penna, righello, matita e rientrare nella routine scolastica può costituire un gesto semplice ma potente, capace di offrire conforto e stabilità, soprattutto a chi vive situazioni di fragilità.

Inoltre, va considerato che alcuni compiti proposti – per quanto realistici e calati in un'ottica di didattica per competenze – non sempre trovano immediata corrispondenza nell'esperienza quotidiana dei ragazzi. Calcolare la superficie di una parete o il volume di una scatola, pur essendo esercizi pratici, restano spesso lontani dal vissuto diretto degli studenti più giovani. Paradossalmente, potrebbero risultare più

significativi per un adulto, che ha forse già affrontato situazioni simili nella vita quotidiana, e che può quindi riconoscerne un senso più autentico e personale. Dunque, il ruolo del docente nella scelta sapiente di come agire risulta cruciale.

È importante sottolineare che l'attività proposta è nata da un lavoro congiunto con un'insegnante attiva all'interno di un carcere per adulti, con l'obiettivo di costruire un percorso didattico che potesse stimolare la riflessione critica e la partecipazione attiva dei detenuti. Tuttavia, la prima sperimentazione ha avuto luogo in un Istituto Penale per Minorenni (IPM), contesto che, come ci hanno fatto notare le insegnanti coinvolte, presenta dinamiche educative sensibilmente diverse.

In particolare, è emerso come in IPM sia spesso più complesso catturare e mantenere l'attenzione dei ragazzi, soprattutto quando le attività proposte trattano argomenti che sono stati affrontati di recente nel contesto scolastico. La sovrapposizione dei contenuti può generare disinteresse o una sensazione di "già visto", rendendo più difficile stabilire un legame autentico con il materiale didattico. Inoltre, la variabilità del gruppo classe, legata ai frequenti ingressi e uscite, può influenzare ulteriormente il grado di coinvolgimento.

In un contesto di educazione per adulti, invece, si potrebbe immaginare un'impostazione diversa, più orientata al recupero delle esperienze vissute, al racconto di sé, all'uso della matematica nei percorsi di vita: nel lavoro, nella gestione familiare, nella carriera scolastica interrotta o da riprendere. I tempi della didattica, in quel caso, potrebbero dilatarsi, favorendo momenti di riflessione individuale e fasi di lavoro più autonome – anche se, come sempre, ogni scelta dipende dai bisogni e dai livelli dei destinatari.

Queste differenze non rappresentano un limite, ma una preziosa occasione per riflettere sull'adattabilità delle attività didattiche in funzione del contesto, e per interrogarsi su quali strategie possano essere più efficaci nel creare spazi educativi realmente inclusivi e stimolanti anche in ambienti complessi come quelli carcerari. In definitiva, questa progettazione non intende proporre un modello rigido e da replicare fedelmente, ma offrire uno spunto per una didattica che tenga conto delle persone, delle storie, delle difficoltà e delle possibilità. Una didattica che costruisca significati partendo dal concreto, ma che sappia anche valorizzare le piccole sicurezze, le routine rassicuranti e le emozioni positive legate all'apprendimento.

3.3.2 La scoperta del Tangram in carcere: un percorso per ripensare alla geometria tra manipolazione e modellizzazione

Federica Mennuni, Chiara Cateni

Il percorso didattico sul Tangram presentato in questo capitolo è stato co-progettato insieme alle insegnanti di matematica e scienze del CPIA 2 metropolitano di Bologna *Eduard C. Linderman* in servizio presso la Casa Circondariale e l'Istituto Penale per Minorenni (IPM) della città, e sperimentato poi in diverse sedi penitenziarie (Bologna, Montacuto di Ancona, Civitavecchia). L'iniziativa nasce dal desiderio condiviso dalle insegnanti coinvolte di proporre un insegnamento della geometria inclusivo e motivante, anche in contesti educativi complessi e non tradizionali come il carcere.

La scelta di lavorare sulla geometria risponde a un duplice obiettivo: da un lato, valorizzare una disciplina spesso marginalizzata, dall'altro, offrire un'esperienza di apprendimento concreta, visiva e collaborativa, capace di stimolare la creatività, il pensiero spaziale e la capacità di problematizzazione. Queste competenze, in linea con le otto competenze chiave di cittadinanza (D.M. 139/2007), possono sostenere non solo l'autostima degli studenti, ma anche la costruzione di un progetto di vita fuori dal carcere.

In un contesto caratterizzato da forte eterogeneità per età, provenienza, scolarizzazione e motivazione, e segnato da frequenze scolastiche irregolari, difficoltà linguistiche, vincoli tecnologici e limitazioni strutturali, diventa fondamentale progettare attività flessibili, accessibili e scalabili. Il percorso qui descritto nasce proprio da questa esigenza: proporre una didattica capace di adattarsi ai bisogni degli studenti in carcere, favorendo la partecipazione e il senso di competenza attraverso compiti progressivi e ambienti di apprendimento attivi e accoglienti.

Perché utilizzare il Tangram?

All'interno di questa cornice, la scelta del Tangram (Figura 12) come fulcro della progettazione didattica ha risposto a più esigenze formative.

Questo gioco tradizionale consente di affrontare la geometria piana in modo visivo, manipolativo e ludico, permettendo un accesso graduale alla formalizzazione attraverso il passaggio dalla manipolazione alla rappresentazione delle figure. Il lavoro con il Tangram vuole stimolare l'osservazione, la discussione tra pari e la giustificazione delle proprie scelte, attivando processi cognitivi e sociali significativi. La sua accessibilità lo rende particolarmente adatto a contesti eterogenei: attraverso attività di composizione e scomposizione delle figure, gli studenti possono esplorare in modo concreto concetti fondamentali della geometria piana come area, perimetro, congruenza e trasformazioni.

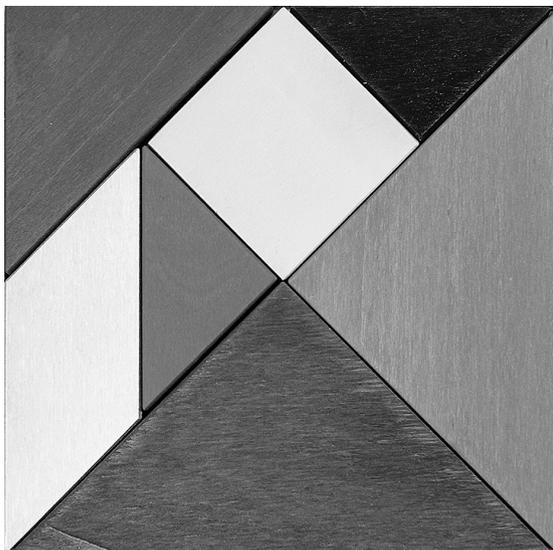


Figura 12. Il Tangram

Nel contesto specifico della Casa Circondariale di Bologna, la presenza di una stampante Laser-Cut ha permesso di affiancare al lavoro di costruzione del Tangram un'attività di modellizzazione e realizzazione concreta. Gli studenti hanno potuto progettare un oggetto a partire dal Tangram e poi produrlo fisicamente con strumenti manipolativi e digitali, come cartone, matita e il software GeoGebra, consolidando così le competenze acquisite attraverso un processo completo, dalla rappresentazione alla creazione.

Attività 1: ri-costruiamo il Tangram con strumenti manipolativi**PROGETTAZIONE**

TASK 1	
Obiettivo specifico	Ricreare il quadrato del Tangram utilizzando i pezzi in plastica e analizzare le figure piane da cui è composto, discutendo delle principali caratteristiche e proprietà che caratterizzano un quadrato.
Descrizione	L'insegnante consegna a coppie di studenti i sette pezzi del Tangram e affida loro la seguente consegna: <i>“Usando tutti questi pezzi, costruite un quadrato”</i> . Come supporto per gli studenti che trovassero particolari difficoltà con la consegna affidata loro è possibile prevedere di consegnare delle stampe del Tangram nel formato 10cm×10cm. Durante il lavoro in gruppi, gli studenti sperimentano l'uso del Tangram e la costruzione di alcune figure piane composte da altre figure. Successivamente, dopo aver lasciato agli studenti il tempo di sperimentare, l'insegnante guida una discussione collettiva per far emergere dagli studenti le diverse ipotesi e considerazioni fatte durante il lavoro di gruppo.
Tempi	30 minuti
Materiali e strumenti	Tangram in plastica in formato 10cm × 10 cm; schede con la riproduzione del Tangram 10cm × 10 cm; righello, quaderno, penna, matita e gomma per ogni studente.

TASK 2	
Obiettivo specifico	Ricreare il quadrato del Tangram utilizzando diversi tipi di carta (bianca, quadrettata, millimetrata) e gli strumenti da disegno; analizzare le misurazioni di lunghezze e ampiezze di angoli delle figure piane da cui è composto.
Descrizione	<p>L'insegnante chiede agli studenti di ricreare su carta il proprio Tangram e affida loro la seguente consegna: <i>“Disegnate il quadrato che avete creato utilizzando il tipo di carta che preferite”</i>. Per questa consegna ciascuno degli studenti può scegliere sia il tipo di carta e gli strumenti per disegnare tra quelli messi a disposizione dall'insegnante: carta bianca, quadrettata, millimetrata, righelli, goniometri e forbici. L'insegnante consegna anche agli studenti delle schede con la riproduzione del Tangram nel formato 10cm×10cm. Eventualmente l'insegnante può anche decidere di proiettare un'immagine del Tangram alla LIM.</p> <p>Durante questa consegna, gli studenti riproducono il Tangram sul tipo di carta da loro scelto aiutandosi con gli strumenti da disegno. Su richiesta dell'insegnante, gli studenti compiono anche misurazioni di lunghezze e ampiezze degli angoli dei poligoni che compongono il Tangram (Figura 13). Al termine del lavoro individuale, l'insegnante guida una discussione collettiva durante la quale chiede agli studenti di condividere le proprie procedure di disegno, spiegando quali strumenti sono stati utilizzati e come. In questo modo, durante la discussione collettiva, gli studenti possono confrontarsi con i propri compagni sulle diverse strategie utilizzate.</p>
Tempi	45 minuti
Materiali e strumenti	LIM; schede con riproduzione del Tangram 10cm×10cm; diverse tipologie di carta (bianca, quadrettata, millimetrata); materiali di cancelleria; riga; goniometro; forbici.

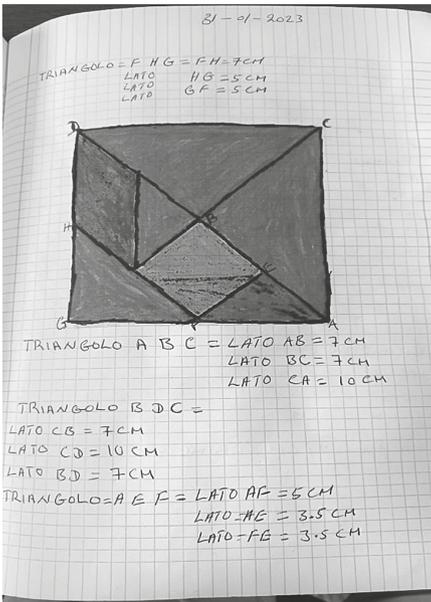
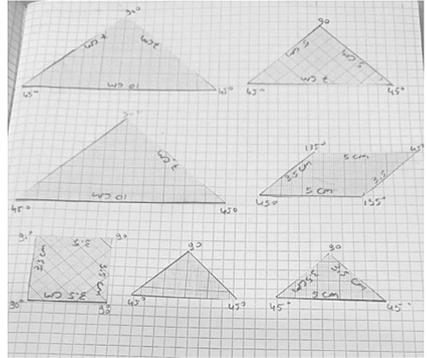
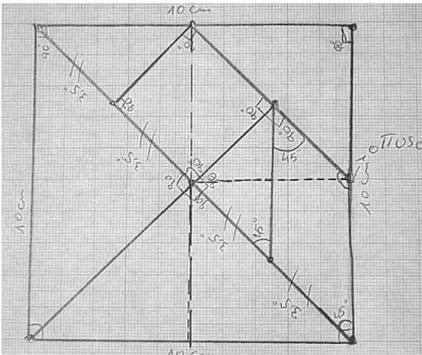


Figura 13.
 Diverse rappresentazioni
 del Tangram con le
 relative misure

TASK 3	
Obiettivo specifico	Analizzare le figure piane da cui è composto il quadrato del Tangram focalizzandosi su perimetro, area e misurazione delle ampiezze degli angoli; comprendere il significato matematico delle proprietà dei poligoni analizzati e condividere le proprie ipotesi.
Descrizione	<p>L'insegnante chiede agli studenti di guardare e analizzare le diverse figure disegnate, focalizzandosi su perimetro, area e misurazione degli angoli. In particolare, l'insegnante affida loro la seguente consegna: <i>“Calcolate il perimetro, l'area e la somma degli angoli per ciascuna delle figure che compongono in Tangram. Cosa notate?”</i>. Per questa consegna, ciascuno degli studenti può decidere se lavorare da solo o in gruppo. L'insegnante può essere di supporto per gli studenti che necessitano di un aiuto nell'uso degli strumenti di misura e/o nel calcolo di aree e perimetri.</p> <p>Durante lo svolgimento di questa consegna, gli studenti compiono misurazioni con gli strumenti di misura e confrontano le diverse misurazioni. Allo stesso tempo, osservano, calcolano e confrontano area e perimetro delle diverse figure. In più, compiono misurazioni e stime dell'ampiezza degli angoli di ciascuna figura.</p> <p>Al termine di questo lavoro, l'insegnante guida una discussione collettiva durante la quale chiede agli studenti di condividere le proprie ipotesi sulle misurazioni compiute su aree, perimetri e ampiezze degli angoli per ciascuna figura che compone il Tangram. In questo modo, durante la discussione collettiva, gli studenti possono confrontarsi con i propri compagni sulle diverse strategie utilizzate.</p>
Tempi	45 minuti
Materiali e strumenti	schede con riproduzione del Tangram 10cm×10cm; calcolatrice; materiali di cancelleria; riga; goniometro; forbici.

Attività 2: costruiamo il tangram con il GeoGebra e la Laser-Cut

TASK 1	
Obiettivo specifico	Ricreare il quadrato del Tangram utilizzando i comandi presenti sul GeoGebra dopo aver lasciato gli studenti liberi di esplorare il funzionamento in modo da passare dal disegno su carta al digitale.
Descrizione	L'insegnante dà agli studenti la seguente consegna: <i>“Riprodurre il Tangram su GeoGebra”</i> . In questa fase, l'insegnante può decidere se far utilizzare la schermata “Grafici” di GeoGebra lasciando visibile o meno la griglia di fondo. Questa scelta dipende principalmente dalle eventuali difficoltà emerse nelle fasi precedenti durante l'uso della carta bianca e potrà variare da studente a studente. Durante lo svolgimento di questa consegna, ciascuno studente è libero di esplorare il software GeoGebra per scoprire come funziona, come si creano le figure piane e le diverse possibilità che questo strumento offre. L'insegnante supporta gli studenti nella comprensione del funzionamento dei diversi comandi ed incoraggia gli studenti che hanno compreso come utilizzare GeoGebra a supportare i loro compagni.
Tempi	30 minuti
Materiali e strumenti	PC senza connessione ad internet; GeoGebra (versione desktop offline); schede con l'immagine del Tangram.

TASK 2	
Obiettivo specifico	Confrontare la riproduzione del Tangram su GeoGebra con quella fatta su carta nelle fasi precedenti attraverso le principali caratteristiche delle figure individuate, focalizzando la loro attenzione nel confronto tra le diverse misure. Passare alla realizzazione della stampa del Tangram con la Laser-Cut dopo aver controllato che il prodotto finale in GeoGebra sia conforme alle caratteristiche teoriche delle figure che lo compongono.

Descrizione	<p>L'insegnante dà agli studenti la seguente consegna: <i>“Controllate che le figure disegnate siano giuste, cioè abbiano le stesse misure di lunghezze e le stesse ampiezze degli angoli che abbiamo trovato insieme nel disegno su carta”</i>. Durante questo lavoro, gli studenti verificano che il disegno riprodotto su GeoGebra rispetti le caratteristiche delle figure individuate nelle fasi precedenti, focalizzando la loro attenzione sul confronto tra le diverse misure.</p> <p>Successivamente, durante una fase di discussione collettiva con la guida dell'insegnante, gli studenti espongono il confronto tra la riproduzione del Tangram su carta e su GeoGebra; una volta terminato, passano alla stampa del Tangram con la Laser-Cut. In questa fase di lavoro, gli studenti che terminano più rapidamente supportano i propri compagni e/o controllano che il prodotto finale sia conforme alle caratteristiche teoriche delle figure, diventando così gli “esperti” di questa fase di lavoro con la stampante Laser-Cut.</p>
Tempi	1 ora e 30 minuti
Materiali e strumenti	PC senza connessione ad internet; GeoGebra (versione desktop offline); chiavetta USB per trasferire i file dai PC personali alla Laser-Cut; cartoncino; stampante Laser-Cut; strumenti di misura.

***Attività 3: costruire modellini 3D
utilizzando la Laser-Cut***

TASK 1	
Obiettivo specifico	Progettare un modellino da ciascuno studente attraverso un suo sviluppo bidimensionale su carta o su GeoGebra in modo da realizzare stampe a partire dai pezzi ritagliati (a mano o con la Laser-Cut) del modellino in 2D.

Descrizione	<p>L'insegnante affida agli studenti la seguente consegna: <i>“Possiamo utilizzare pezzi ritagliati in 2D anche per costruire figure in 3D. Ognuno di voi progetterà il proprio modellino e dovrà disegnare i pezzi per costruirlo”</i>. Come supporto per gli studenti, l'insegnante presenta un esempio di modellino già assemblato (per es. una casetta realizzata con due pentagoni per le facciate e dei rettangoli per le altre due pareti e le due falde del tetto) e mostra le parti di cui è composto (eventualmente smontandolo).</p> <p>In questa fase di lavoro, gli studenti progettano i diversi modellini, riproducono uno sviluppo bidimensionale del progetto su carta o su GeoGebra, verificano e controllano che i disegni e le misure delle lunghezze e degli angoli siano corretti e ritagliano a mano o con la stampante Laser-Cut i pezzi che compongono il loro modellino. In questa fase di lavoro, potrebbe accadere anche che alcuni studenti decidano di realizzare lo stesso modellino mostrato dall'insegnante. Una volta realizzati tutti i pezzi, gli studenti li assemblano con il nastro adesivo di carta.</p>
Tempi	2 ore
Materiali e strumenti	PC senza connessione ad internet; GeoGebra (versione desktop offline); chiavetta USB per trasferire i file dai PC personali alla Laser-Cut; cartoncino; strumenti di misura; nastro adesivo di carta.

Obiettivi della progettazione

La progettazione mira a integrare obiettivi disciplinari e trasversali, promuovendo nello studente lo sviluppo di competenze matematiche e di cittadinanza, in coerenza con le attuali indicazioni ministeriali sui traguardi di competenza previsti per la fine del primo ciclo di istruzione. In particolare, l'attività proposta nell'ambito della geometria punta a far utilizzare strumenti manipolativi e digitali per costruire, rappresentare e analizzare figure geometriche (semplici poligoni), stimolando anche la riflessione sul passaggio dalla rappresentazione piana al tridimensionale. Per questo gli studenti:

- riproducono figure e disegni geometrici, utilizzando in modo appropriato e con accuratezza opportuni strumenti (riga, squadra, compasso, goniometro, software di geometria);
- conoscono definizioni e proprietà (angoli, assi di simmetria, diagonali, ...) delle principali figure piane (triangoli, quadrilateri, poligoni regolari, cerchio);
- riproducono figure e disegni geometrici in base a una descrizione e codificazione fatta da altri;
- determinano l'area di semplici figure scomponendole in figure elementari, ad esempio triangoli, o utilizzando le più comuni formule;
- rappresentano oggetti e figure tridimensionali in vario modo tramite disegni sul piano;
- visualizzano oggetti tridimensionali a partire da rappresentazioni bidimensionali.

Accanto agli obiettivi disciplinari, il percorso vuole sostenere anche lo sviluppo di competenze trasversali fondamentali per la vita in contesto detentivo e oltre: gli studenti sono invitati a collaborare, ascoltare, discutere strategie, motivare le proprie scelte e sviluppare un atteggiamento più positivo e consapevole verso la matematica.

Riflessioni e osservazioni

L'osservazione dell'attività sul Tangram sperimentata nei diversi istituti penitenziari restituisce un'immagine viva del fare matematica in carcere: durante la fase di manipolazione del Tangram, anche gli studenti solitamente più silenziosi si sono attivati. Alcuni hanno lavorato in autonomia, altri hanno chiesto aiuto, ma ciò che accomunava tutti era la volontà di "riuscire". Uno studente poco scolarizzato ha detto: *"Io ci provo, anche se non ho mai fatto bene geometria"*. Un altro, sorridendo e stringendo la mano al compagno e all'insegnante, ha esclamato: *"Ci sono riuscito! Guarda ce l'ho fatta!"*. In aula si è creato un clima di fiducia e sostegno reciproco, che ha accompagnato la costruzione dei significati.

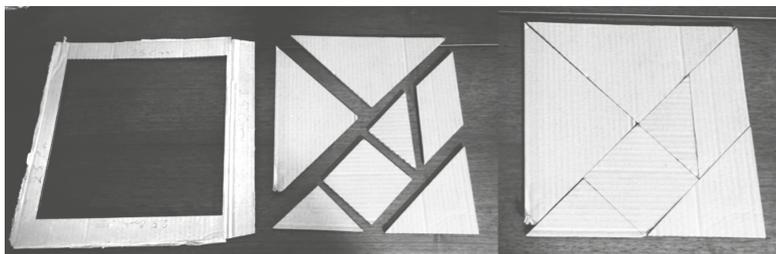


Figura 14. Tangram composto e scomposto realizzato dagli studenti con del cartone

Un'altra osservazione è legata al fatto che l'introduzione della leggenda del Tangram ha generato un momento di coinvolgimento emotivo e interculturale. Uno studente ha osservato: *“Se un ragazzo cinese ci ha messo due notti, allora [...], posso farlo anch'io”*. La figura rotta che si ricompone (Figura 14) assume valore simbolico: la geometria diventa linguaggio per ricostruire, dare forma e senso all'esperienza personale.

Particolarmente interessante è stato il contributo degli studenti non italofoni. Uno studente di lingua araba ha provato a dire la parola *“quadrato”* nella sua lingua madre, si è corretto, e si è affidato al gruppo per trovare il termine giusto. Questo scambio non è solo linguistico, ma identitario: la geometria diventa un territorio comune, dove le differenze culturali non sono ostacolo ma risorsa, capace di accogliere chi ha biografie scolastiche interrotte, percorsi migratori complessi, scarsa padronanza dell'italiano. Significativa è anche la trasformazione della motivazione nel corso delle diverse attività. Inizialmente, alcuni si mostravano reticenti, o anche ci si definiva ironicamente *“addormentato come quel triangolo storto”*. Con il tempo, hanno iniziato a confrontarsi, a modificare le proprie soluzioni, a discutere tra pari. Il cambiamento è emerso quando hanno riconosciuto l'utilità della matematica per la vita futura: *“Ora che ho capito che serve, voglio impararla bene. La matematica può servirmi fuori, magari se trovo un lavoro”*. In un contesto dove l'errore è spesso vissuto come fallimento, questa attività ha permesso di risignificare l'errore come occasione di scoperta e revisione.

Il clima di classe e la struttura dell'attività hanno favorito una modalità di apprendimento in cui si può sbagliare, correggersi, riprovare, senza sentirsi giudicati. Il momento della stampa con la Laser-Cut (dove possibile) è stato particolarmente significativo. Dopo vari tentativi ed

errori, gli studenti si sono organizzati, hanno collaborato, verificato misure e funzionamento del software. In quel contesto, si è esplicitato il legame tra matematica e mondo del lavoro: *“E sarebbe bello anche imparare a stampare per un lavoro futuro. [...] Però anche in questo lavoro devi conoscere e sapere la matematica... [...] una matematica che poi ti fa stampare”*. In un luogo dove le possibilità sono limitate, poter realizzare un oggetto personale ha rappresentato un’occasione per sentirsi attivo in un nuovo progetto di sé.

Inoltre, l’intero percorso non è stato vissuto come un’attività isolata e di sola manipolazione fisica dei pezzi, ma ha evocato connessioni profonde con il proprio vissuto. Alcuni hanno collegato le forme geometriche alle proprie esperienze: *“Mi ricordo che mi arrivavano tutti questi disegni, più o meno così [...], le ho viste anche quando lavoravo con le macchine ma non le ho mai capite”*. Altri hanno rievocato il passato scolastico: *“A me queste cose fanno tornare la nostalgia [...], mi sembra di ricordare e mi tornano alla mente i ricordi su come fare”*. Questi frammenti hanno dato senso al presente, trasformando l’attività in un’occasione di rielaborazione personale e riappropriazione del proprio rapporto con la disciplina.

Infine, anche la valutazione ha assunto una funzione formativa e narrativa, centrata sull’osservazione di processi come il coinvolgimento, la collaborazione, la perseveranza, la qualità delle rappresentazioni e l’uso consapevole degli strumenti. Le domande aperte e le discussioni collettive hanno permesso agli studenti di esplicitare i propri ragionamenti, valorizzando non solo il prodotto, ma soprattutto le strategie e le trasformazioni del pensiero. In questo modo, la valutazione è divenuta strumento di cura educativa e riconoscimento. In un contesto già segnato da esperienze scolastiche interrotte o fallimentari, riconoscere i progressi, anche minimi, ha significato restituire agli studenti fiducia nelle proprie capacità e negli altri.

In conclusione, questo percorso non ha solo permesso di affrontare concetti geometrici, ma ha creato spazi di pensiero, relazione e identità. In carcere, dove le persone sono spesso definite dalle mancanze (di libertà, di potere, di prospettiva), questa attività ha mostrato ciò che possono essere e fare: pensare insieme, costruire, apprendere. La matematica è diventata occasione di riscatto cognitivo ed educativo, e i “pezzi rotti” del sapere si sono ricomposti – proprio come nel Tangram – in forme nuove, dense di significato.

Adattamenti e possibili modifiche

Il percorso didattico sul Tangram, nato dalla collaborazione con le docenti del CPIA di Bologna e poi sperimentato nelle classi presso la casa circondariale, è stato progettato come un'attività flessibile, che integra fasi manipolative, rappresentative e digitali. Pensato come un modello "a fisarmonica", il percorso è modulabile in profondità e ampiezza, per adattarsi a gruppi classe eterogenei, ai diversi livelli di attenzione e motivazione degli studenti, nonché ai vincoli dettati dai tempi e dalle condizioni della detenzione.

La sperimentazione del percorso in altri istituti penitenziari, come quelli di Civitavecchia e Ancona, ha reso necessarie alcune modifiche, legate sia alla disponibilità di materiali e strumenti, sia alla composizione delle classi. In contesti dove gli strumenti da disegno (come righello o squadra) sono difficili da utilizzare o da reperire, la costruzione del Tangram è avvenuta attraverso semplici piegature di origami, rendendo l'attività più accessibile fin dall'inizio anche per studenti con livelli di scolarizzazione molto diversi o anche con percorsi scolastici frammentati. In alcuni casi, per facilitare lo svolgimento, i Tangram sono stati preparati in anticipo dall'insegnante, permettendo agli studenti di dedicare più tempo alla manipolazione, al confronto tra figure e alle riflessioni di carattere geometrico sui diversi poligoni che compongono il Tangram e sulle relative aree, realizzando dei **cartelloni** per finalizzare quanto appreso con questa attività (Figura 15)

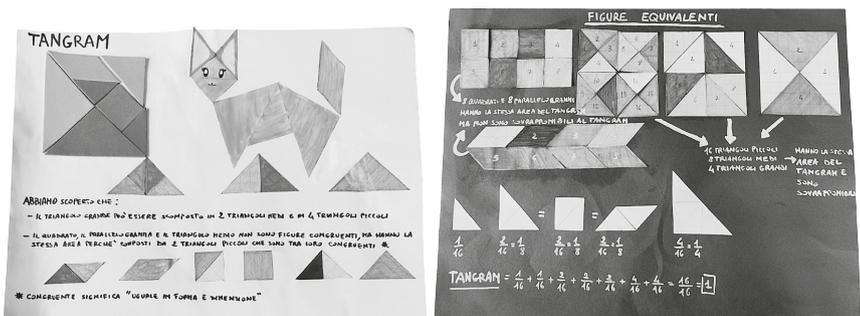


Figura 15. Diversi cartelloni realizzati durante la sperimentazione alla casa circondariale di Montacuto



L'uso di materiali alternativi come il cartoncino o la **gomma EVA** ha inoltre reso possibile la realizzazione di modelli anche in assenza di tecnologie come la Laser-Cut, inizialmente previsti nella versione originale del percorso.

L'attività è stata adattata anche sul piano metodologico: dove non era possibile promuovere il lavoro cooperativo, si è valorizzato il supporto verbale tra pari; laddove necessario, le consegne sono state differenziate per rispondere a bisogni linguistici e cognitivi diversi. Inoltre, l'attività è stata estesa e reinterpretata in modi originali a seconda degli interessi e delle competenze degli studenti. Durante la sperimentazione a Civitavecchia, dopo la costruzione dei Tangram, l'insegnante ha scelto di lavorare sulle tassellazioni, lasciando che gli studenti creassero composizioni personali, anche ispirate a temi culturali o ambientali. L'uso di ambienti digitali, previsto nella versione iniziale tramite GeoGebra, è stato mantenuto solo quando le condizioni lo hanno consentito e quando effettivamente funzionale all'esperienza di apprendimento.

Nel complesso, gli adattamenti messi in atto non hanno modificato il senso dell'intero percorso, ma ne hanno esaltato la flessibilità e la capacità di inclusione, rendendolo più aderente ai bisogni specifici di ogni singolo studente. La flessibilità dimostrata dalle insegnanti nel reinterpretare la proposta iniziale ha permesso di preservare il nucleo didattico dell'esperienza – la scoperta, la costruzione, la riflessione – garantendo a tutti gli studenti l'opportunità di fare matematica in modo attivo, significativo e motivante.

3.4 “Posso dire la mia?”: le sfide della statistica in carcere

Elena Camilletti, Veronica Manzoni¹¹

La matematica, in particolare la statistica, offre un punto di vista con cui leggere la realtà e gli strumenti per descrivere e comprendere scientificamente il mondo. La matematica, inoltre, contribuisce a sviluppare competenze trasversali: comunicare, confrontarsi, comprendere i punti di vista degli altri e delle altre, accogliere ipotesi, argomentare le proprie idee, imparare ad ascoltare, discutere e aiutare gli altri e le altre.

Questo rappresenta un valore significativo, in particolare per descrivere le caratteristiche di un fenomeno. Quello di cui la statistica si occupa è proprio di indagare fenomeni collettivi che possono riguardare un insieme di individui, oggetti, beni raccogliendo informazioni ad essi relativi e traducendole in un modello numerico che possa essere analizzato semplicemente.

In particolare, la *statistica descrittiva* raccoglie, elabora e analizza dati per studiare un fenomeno collettivo. Offre una fotografia della situazione e ne sintetizza le caratteristiche più importanti, articolando l’indagine in tre fasi:

- raccolta dati;
- rappresentazione dei dati attraverso tabelle e/o grafici;
- elaborazione dei dati calcolando medie e indici di variabilità.

La rilevazione dei dati può avvenire in modi diversi – schede, interviste e questionari – e si classifica come *totale* o *parziale* in base alla numerosità di unità statistiche coinvolte, e come *occasionale* o *periodica*, in base al tempo. Nel nostro caso specifico, la rilevazione avviene tramite la somministrazione di un questionario cartaceo a una parte della popolazione. La rilevazione, per noi, è occasionale, svolta quando si è sentita l’esigenza, o meglio quando si è voluto far emergere un “segnale da un rumore di fon-

¹¹ Il capitolo è il risultato del lavoro congiunto delle autrici. Per la stesura è da attribuire a Veronica Manzoni, il primo e il quarto paragrafo. A Elena Camilletti, il secondo e il terzo.

do” (Huff & Geis, 2007) rispetto alle necessità del campione selezionato.

Viviamo in un mondo sommerso di informazioni e dati che spesso vengono manipolati, dove non sempre le interpretazioni conclusive tengono conto di un’analisi critica e condivisa. Utilizzando due citazioni provocatorie, vorremmo riflettere su due sfumature della statistica interessanti, che in contesto carcerario potrebbero giocare un ruolo cruciale.

“Ci sono tre specie di bugie: le bugie, le sfacciate bugie e le statistiche” frase attribuita allo statista e politico Benjamin Disraeli e ripresa nel libro di Huff e Geis (2007). Si riferisce a quanto la statistica possa manipolare i dati numerici e grafici sbilanciando l’analisi e il giudizio a favore delle tesi da sostenere. Questa dimensione viene approfondita anche da Huff e Geis (2007) nel libro *Mentire con le statistiche*. Gli autori, oltre a ribadire con forza che la statistica è uno strumento tanto potente quanto facilmente manipolabile, invitano i lettori e le lettrici ad avere un occhio critico e consapevole nella lettura e nell’interpretazione delle statistiche della vita quotidiana. Aggiungono alla riflessione la necessità di un’alfabetizzazione statistica come strumento per la democrazia, rivelando quanto il ragionamento statistico, al pari della capacità di leggere e scrivere, sia necessario per la cittadinanza. L’intreccio tra educazione alla cittadinanza e matematica viene messo al pari delle prime competenze che la scuola dovrebbe garantire a tutti e tutte. In più, Huff e Geis (2007) sottolineano che non basta che le informazioni – sia in entrata che in uscita – siano accessibili (condizione che, comunque, in carcere si verifica difficilmente), ma bisogna anche avere gli strumenti per comprenderne il significato e il valore. La progettazione, presentata di seguito, tende verso la costruzione di una cultura statistica di base per un triplice obiettivo: difendersi da fraintendimenti e false interpretazioni; creare una postura di dialogo, di apertura e di confronto per una cittadinanza consapevole e cercare uno spazio di ricerca in cui anche gli studenti, in particolare quelli ristretti, possano essere ascoltati.

Perché la statistica?

La statistica è un argomento semplice, intuitivo e facilmente accessibile. Queste dimensioni si rispecchiano nella letteratura internazionale: Griffith e colleghi (2012) in uno studio hanno indagato come fosse l’approccio degli studenti verso la statistica. I risultati hanno mostrato che la maggior parte della popolazione dello studio, anche senza avere alcun tipo di competenza sull’argomento, dimostra un atteggiamento positivo. Que-

sto viene riscontrato anche nelle pratiche didattiche all'interno delle aule del carcere. È da questa evidenza che vorremmo partire per riconoscere la statistica come argomento spendibile ed efficace in contesto carcerario.

La statistica si presta molto bene per essere il primo argomento di *engagement* per lo studente e la studentessa che pensa che la matematica non faccia al caso suo. Spesso, infatti, le esperienze (scolastiche) fallimentari, soprattutto nei confronti della matematica, entrano nella sfera della motivazione e della percezione di autoefficacia. Poter sperimentare un percorso che non richiede conoscenze pregresse ma che stimola la curiosità e permette di creare nuove competenze – ancorandole a quelle acquisite – è importante per lo studente e per la studentessa. Anzi, nei due anni di sperimentazione del progetto Learning Math in Prison (LeMP) si è visto come lo studente/la studentessa percepisca “meno matematica” e più “competenze di cittadinanza”, favorendo un approccio più inclusivo e accessibile alla matematica. Questo ha un risvolto positivo anche sulla frequenza dello studente alle lezioni. Lo studente/la studentessa, infatti, può sentirsi coinvolto/a e responsabilizzato/a in modo attivo. La sfida che viene proposta diventa una sfida accessibile a tutti/tutte e a ciascuno in modo diverso in base alle competenze, all'interesse e alla motivazione.

La statistica cerca di rendere la matematica meno spaventosa e più incoraggiante. Infatti, si lascia la libertà a ciascuno studente e a ciascuna studentessa di partire dai propri interessi, dalle proprie passioni e da ciò che lo/la incuriosisce di più, ma anche di poter esprimere la propria opinione e condividerla con gli altri/altre. Questo aspetto in ambiente penitenziario riveste un ruolo ancora più cruciale, perché gli studenti e le studentesse ristretti/e vivono una serie di privazioni che li portano sempre più a delegare ad altri i pensieri e le decisioni, anche per le cose più piccole (Decembrotto, 2024).

Infine, la statistica offre la possibilità di avere dei materiali, un percorso comune e condivisibile e un confronto costruttivo anche per l'insegnante che fa lezione in più classi. Si può pensare, infatti, di scambiare dati e analisi sia tra sezioni all'interno della scuola in carcere, sia tra classi dentro e fuori, coinvolgendo le classi dei CPIA per creare un dialogo aperto e dinamico.

In conclusione, il percorso sulla statistica è stato sperimentato nella sezione di alta sicurezza della casa circondariale di Montacuto ad Ancona e successivamente adattato ad altri contesti scolastici, con l'obiettivo di intrecciare saperi matematici con competenze di cittadinanza, spendibili nei contesti quotidiani.

TASK 1: DISCUSSIONE DEGLI OBIETTIVI	
Obiettivo specifico	Discutere in merito ad un bisogno, un problema, una necessità legata alla quotidianità.
Descrizione	<p>L'insegnante propone agli studenti un argomento di discussione che parta dalle esigenze emerse e dall'osservazione del contesto.</p> <p><i>Domanda stimolo: "Cosa mi raccontate? Che cosa vorreste indagare con l'indagine statistica?"</i></p> <p>Gli studenti discutono, condividono con il gruppo possibili definizioni di indagine statistica e decidono l'oggetto della ricerca, analizzando i propri bisogni e confrontandosi con il gruppo per raggiungere un oggetto di indagine comune.</p> <p>Insieme viene deciso che l'oggetto dell'indagine è la qualità del cibo.</p> <p><i>Domanda stimolo: "Cosa mi raccontate della mensa?"</i></p> <p>Viene discusso che il cibo della mensa sarà valutato attraverso il grado di soddisfazione rispetto alla varietà del menù, alla qualità e quantità delle porzioni, ai problemi di igiene o sicurezza alimentare.</p>
Tempi	40 minuti
Materiali e strumenti	Lavagna o foglio di carta per segnare le idee emerse.

TASK 2: SVILUPPO DEL QUESTIONARIO	
Obiettivo specifico	Creare il questionario.
Descrizione	<p>L'insegnante propone di creare un questionario per misurare gli aspetti della qualità del cibo della mensa carceraria. Gli studenti discutono e condividono le modalità per la creazione di un questionario:</p> <ul style="list-style-type: none"> • pensare a domande chiare e pertinenti; • scegliere le risposte per le domande a risposta multipla; • attribuire un punteggio che va da un minimo di 1 a un massimo di 5 per i primi piatti, secondi piatti, frutta e pane. <p>Ciascuno studente pensa a delle domande in modo individuale o con l'aiuto dei compagni e poi si condividono le domande e si discute per arrivare alla creazione del questionario.</p>
Tempi	1 ora
Materiali e strumenti	<p>Fogli, quaderni e penne; LIM o lavagna per scrivere le domande del questionario condivise in modo che siano visibili a tutti.</p> 

TASK 3: SCELTA DEL CAMPIONE E DISTRIBUZIONE DEL QUESTIONARIO	
Obiettivo specifico	Definire il campione di indagine e riflettere sulle modalità di selezione.
Descrizione	<p>L'insegnante discute insieme agli studenti la scelta del campione. Domande stimolo: <i>quali possono essere i criteri? Come fare? Come renderlo accessibile?</i></p> <p>Gli studenti riflettono sulle caratteristiche della scelta del campione rappresentativo dell'indagine, le modalità di somministrazione e i criteri che richiede l'indagine. Decidono che il campione sarà di convenienza: compagni di cella, amici e conoscenti che vogliono essere coinvolti nell'indagine.</p> <p>Il questionario verrà quindi distribuito tra le persone coinvolte nell'indagine in modo anonimo al fine di garantire una partecipazione volontaria. Gli studenti compileranno il questionario e lo somministreranno ai compagni di cella, amici e conoscenti.</p>
Tempi	1 ora e 30 minuti
Materiali e strumenti	Copie stampate del questionario; penne/matite

TASK 4: RACCOLTA DEI DATI	
Obiettivo specifico	Organizzare i dati in grafici e tabelle e somministrare il questionario.
Descrizione	<p>L'insegnante chiede agli studenti di raccogliere i dati ottenuti dai questionari e di organizzarli in modo da raccogliere le informazioni utili per l'indagine statica.</p> <p>Domanda stimolo: <i>“Come possiamo organizzare questi dati?”</i></p> <p>Dopo una discussione condivisa, proponiamo agli studenti diversi grafici tra cui scegliere per analizzare i dati ottenuti. Gli studenti osservano i dati raccolti e cercano di analizzarli creando delle prime ipotesi personali. Costruiscono i grafici, cercando tra le diverse proposte quale sia il più funzionale per la raccolta dati.</p> <p>Costruiscono poi dei grafici e/o tabelle condivisi con tutto il gruppo classe e li riportano sul quaderno. Sarà possibile riportare i grafici anche attraverso fogli di calcolo, oppure sulla carta con l'aiuto del righello.</p>
Tempi	1 ora e 30 minuti
Materiali e strumenti	Questionari compilati; quaderni, fogli e penne; righelli; LIM; esempi di grafici; PC offline.

TASK 4: ANALISI DEI DATI	
Obiettivo specifico	Analizzare i dati, calcolare frequenze, moda, media e mediana e affrontare le prime ipotesi.
Descrizione	<p>L'insegnante invita la classe ad analizzare i dati raccolti e i relativi grafici attraverso metodi statistici: frequenza assoluta, frequenza relativa e percentuale e punteggio medio per ogni cibo preso in considerazione. Aiuta gli studenti a capire i processi per il calcolo delle frequenze e dei valori di moda, media e mediana.</p> <p>I valori calcolati con l'utilizzo della calcolatrice saranno inseriti in tabelle che ciascuno studente sarà chiamato a creare.</p> <p><i>“Qualcuno ha idee su come fare a calcolare le frequenze?”</i></p> <p><i>“Come possiamo fare a calcolare il punteggio medio per ogni cibo?”</i></p> <p>Gli studenti discutono, leggono e interpretano i loro grafici, e danno prime ipotesi (anche sbagliando) singolarmente o in gruppi creati spontaneamente. Calcolano frequenze relative, assolute e percentuali e le inseriscono nelle tabelle e verificano, anche attraverso l'utilizzo della calcolatrice, i calcoli rispetto alle frequenze e alla media. Iniziano a fare ipotesi personali o collettive di interpretazione dei dati ottenuti.</p>
Tempi	1 ora
Materiali e strumenti	Calcolatrici; quaderni, fogli e penne; LIM; PC con fogli di calcolo offline.

TASK 4: ANALISI DEI DATI	
Obiettivo specifico	Leggere e interpretare i grafici
Descrizione	<p>L'insegnante chiede agli studenti di rileggere insieme tutta l'indagine statistica fatta analizzando le diverse fasi, i calcoli e riflettendo sui risultati ottenuti.</p> <p>Domande stimolo: <i>“Cosa mi raccontate dei dati? Che ne pensate in merito?”</i></p> <p>Si discute con il gruppo classe se le ipotesi iniziali sono state confermate oppure se i dati ci danno informazioni diverse rispetto alla realtà.</p> <p><i>“Cosa pensavate prima che i dati vi hanno confermato? Cosa invece è cambiato?”</i></p> <p>Gli studenti rileggono i grafici e i dati e li confrontano tra loro, esplicitando cosa dicono i grafici, le tabelle e i dati elaborati, raccontando la propria opinione rispetto ai dati elaborati. Discutono, stimolati dalle domande dell'insegnante, e si confrontano rispetto alle fasi dell'indagine, ai calcoli eseguiti e ai dati ottenuti.</p>
Tempi	30 minuti
Materiali e strumenti	Appunti presi; LIM per proiettare grafici e tabelle create; calcolatrici.

Obiettivi della progettazione

Questa progettazione è pensata per intrecciare obiettivi disciplinari di matematica a obiettivi trasversali per incentivare, negli studenti, sia competenze matematiche che competenze di cittadinanza consapevole per la vita durante e dopo il carcere. Questi obiettivi sono la traduzione operativa degli obiettivi previsti per il primo ciclo di istruzione delle attuali indicazioni ministeriali.

Per questo gli studenti:

- progettano una raccolta di dati attraverso la costruzione e la somministrazione al campione del questionario;
- interpretano la realtà partendo da notizie, dati e grafici e costruiscono una propria opinione in merito;
- organizzano i dati raccolti con tabelle e grafici più significativi;
- socializzano, dialogano e si confrontano con i compagni;
- elaborano i dati, le tabelle e i grafici (ideogramma, aerogramma, istogramma) per fornire una spiegazione all'indagine;
- analizzano, interpretano e discutono su fenomeni analoghi nella propria vita quotidiana confrontando dati statistici;
- valutano, riflettono e prendono decisioni su contesti di vita quotidiana in ottica di cittadinanza consapevole;
- valutano e calcolano la probabilità di un evento utilizzando le distribuzioni di frequenza.

Riflessioni e osservazioni

Il tempo, da sempre, è un nemico degli e delle insegnanti, soprattutto perché in carcere il tempo e lo spazio vengono percepiti in modo particolare. Nella sperimentazione di questo percorso i tempi durante l'attività si sono allungati, sia per accogliere la curiosità degli studenti, che per andare incontro alla logistica imposta dalla struttura carceraria. Per questo, la riflessione rispetto ai tempi rimane sempre aperta e controversa. Attività con tempi lunghi permettono maggiori riflessioni, agganci e responsabilizzazione degli studenti, ma dall'altra parte non accolgono l'alto turnover degli studenti. Essendo consapevole di questa complessità, l'insegnante può avere la libertà di continuare, accorciare o modificare il percorso per il tempo che ritiene necessario, ricordando che il "tempo dell'apprendere" non è sempre lo stesso per

gli studenti, le classi e i contesti in cui si propone l'attività.

Talvolta è importante investire il tempo per garantire che l'apprendimento sia davvero consolidato, senza preoccuparsi eccessivamente della durata necessaria.

Gli studenti, anche a distanza di tempo, hanno dimostrato competenza e interesse per la proposta, non solo in vista dell'esame ma, come ci hanno raccontato loro durante le osservazioni *“Questa è la matematica di base per la vita. Ogni cosa che facciamo parla di matematica e bisogna saperla leggere, se no ci fanno fessi”*.

Il ruolo attivo, la partecipazione e soprattutto, affrontare ipotesi e stime sono dimensioni che gli studenti – ascoltati durante le osservazioni – hanno riportato come significative in questo percorso. Stimare è tipico dell'approccio alla matematica delle persone adulte mentre il calcolo di media, moda e mediana non è immediato ma prende senso dall'esperienza quotidiana.

Questo percorso ha aperto una riflessione concreta rispetto all'approccio della matematica come “matematica di evasione”. Una coppia di studenti, infatti, mentre era in cella ha ricreato un'indagine statistica simile a quella realizzata in classe. I due studenti – che prima di essere privati della libertà sono stati camionisti – sono partiti costruendo un'indagine rispetto alle marche di camion preferite dai compagni. Hanno investito questo loro interesse in un'attività personalizzata che ha stimolato la curiosità e l'apprendimento e allo stesso tempo ha trasformato il tempo dell'attesa in cella in un tempo di qualità.

Un altro aspetto interessante emerso durante le osservazioni è stato l'approccio per tentativi ed errori. Una volta raccolti i dati, si sono fatte stime e ipotesi iniziali e si è lasciata agli studenti la libertà di poter sbagliare e correggere i grafici in base al confronto con i compagni e con l'insegnante. Attraverso l'uso della calcolatrice – portata dall'insegnante e ripresa a fine lezione – si sono verificati i calcoli e confrontate le strategie di risoluzione.

Più volte è stato ribadito il valore di riflessione critica in ottica di cittadinanza consapevole che questo lavoro vuole contribuire a costruire, intrecciando opinioni degli studenti, dissenso e domande che possano scardinare le logiche del carcere per prendere in considerazione, anche nelle scelte più piccole, i pensieri degli studenti. L'obiettivo ultimo è anche quello di proporre all'istituzione carceraria delle proposte di miglioramento. Questo aspetto, però, è stato vissuto con sconforto perché

i ragazzi ristretti difficilmente nutrono aspettative positive nei confronti dell'istituzione carceraria. Più spesso percepiscono la violazione dei loro diritti e, di conseguenza, tendono a rinunciare o avere paura a chiedere quei miglioramenti che potrebbero incidere positivamente sulla loro condizione.

L'ultima riflessione è legata alla valutazione. Questo percorso dà la priorità a una valutazione formativa rispetto a quella sommativa, che comunque è presente.

La valutazione formativa diventa una dimensione spesa dall'insegnante nella relazione con gli studenti e nella creazione di un clima di fiducia, rispetto e in ottica di miglioramento continuo. È importante che la scuola, comprese le figure dirigenziali, riconosca la necessità di percorsi personalizzati per i tempi e le caratteristiche dei discenti, prevedendo quindi anche una valutazione e prove finali (inclusi gli esami) altrettanto personalizzate.

Adattamenti e possibili modifiche

Questa co-progettazione è stata ulteriormente modificata dal gruppo di ricerca e successivamente sperimentata all'inizio del secondo anno di progetto LeMP. La progettazione ha dovuto necessariamente subire degli adattamenti rispetto ai tempi e agli studenti iscritti a scuola perché studenti e tempi di lezioni erano diversi rispetto all'anno prima. Tuttavia, grazie all'esperienza positiva maturata nel primo anno di sperimentazione e alla fiducia conquistata, è stato possibile condurre un'indagine statistica più ampia e dettagliata. Il tema dell'indagine è stato oggetto di numerosi confronti e riflessioni tra l'insegnante e gli studenti. Inizialmente si era pensato di approfondire il tema della mensa, questo è apparso comunque molto stimolante ma con risposte facilmente prevedibili che, in effetti, sono state confermate tali. Discutere degli interessi, delle passioni e degli hobby – chiedendo alle persone ristrette di esprimere quali laboratori avrebbero scelto – si è rivelato, invece, un approccio più realistico e meno scontato. L'indagine ha toccato esigenze concrete dei detenuti, alle volte ignorate o non ascoltate. Molto spesso, infatti, l'istituzione carceraria propone progetti in modo unilaterale, limitandosi a far compilare un modulo – il modello 393 – senza però chiedere loro cosa realmente potrebbe interessare.

L'indagine statistica sulle attività ricreative è stata svolta nelle due sezioni dell'alta sicurezza da circa 40 persone detenute ciascuna. È sta-

rivelato necessario e significativo per rispondere alle molteplici complessità del nuovo ambiente e alle esigenze specifiche degli studenti e del gruppo classe. Di seguito, proponiamo alcune riflessioni – consapevoli che non potranno essere esaustive – sulle differenze emerse tra i due contesti.

In questa nuova versione dell'indagine statistica, si è scelto di non partire da una singola domanda di ricerca. Al contrario, è stato selezionato dapprima il campione, per poi costruire un **questionario** capace di indagare gli interessi individuali di ciascuno studente, formulando domande su ambiti capaci di stimolare la loro curiosità. Ogni studente ha quindi ideato, elaborato e analizzato una domanda diversa, calibrandola in base alle proprie competenze. Chi si è percepito come più sicuro o preparato ha scelto di analizzare più domande, cercando connessioni tra esse e realizzando grafici complessi. Chi, invece, si è sentito meno competente – o disponeva di meno strumenti per affrontare l'analisi – ha optato per quesiti a due risposte, utilizzando dati più semplici per creare rappresentazioni grafiche più essenziali.

Questo approccio ha reso la didattica più sensibile e inclusiva, su diversi livelli: ha stimolato l'autodeterminazione dello studente, che ha potuto scegliere l'ambito di indagine partendo da un proprio interesse, una curiosità o un bisogno; ha valorizzato le differenti competenze, offrendo a ciascuno la possibilità di vivere esperienze di successo e ha creato un clima positivo nell'approccio con la matematica. Nessuno studente ha sperimentato frustrazione o senso di fallimento, poiché ciascuno ha potuto autodeterminare il proprio livello di difficoltà. Data l'impossibilità di usare il computer, il confronto con l'insegnante è stato fondamentale per creare i grafici (Figure 17 e 18). Ciascuno studente ha prima realizzato su carta tabelle e grafici relativi alla sua area di ricerca (vedi 1). L'insegnante ha riportato i dati analizzati sul foglio di calcolo (vedi 2) e ha portato le bozze stampate a ciascuno studente che ha modificato ulteriormente i diversi aspetti del grafico (vedi 3). Infine, l'insegnante ha riportato in un programma di presentazioni i grafici con le modifiche suggerite da ciascuno studente (vedi 4).



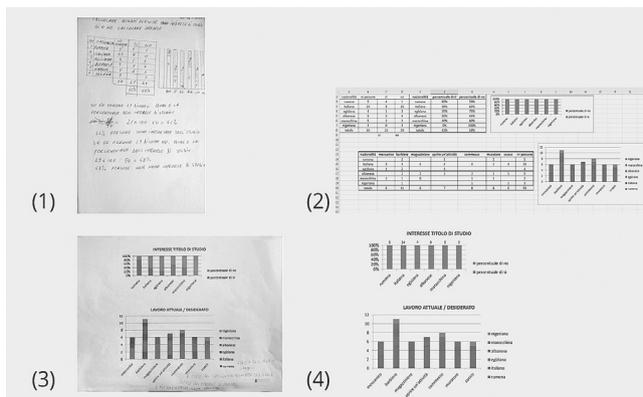


Figura 17. Processo di analisi statistica realizzata da uno studente con solide competenze matematiche che ha scelto come area di interesse i titoli di studio e il lavoro attuale o desiderato in base alla nazionalità

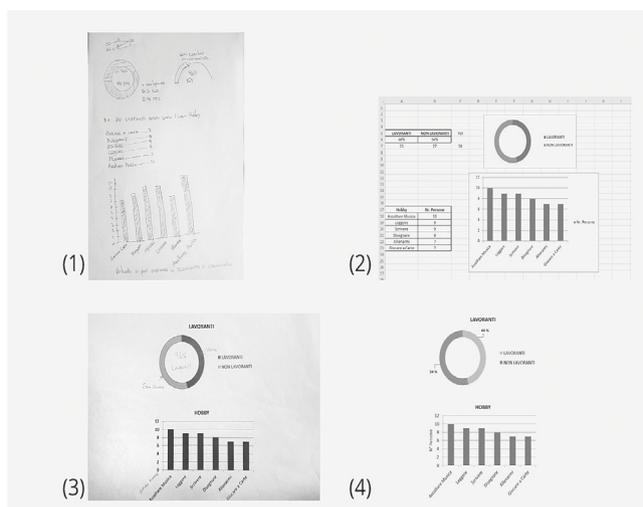


Figura 18. Processo di analisi statistica realizzata da uno studente con competenze matematiche di base che ha scelto come area di interesse il numero dei lavoranti e gli hobby

Inoltre, durante la sperimentazione è emersa spontaneamente la creatività degli studenti: alcuni hanno inventato modalità originali per rappresentare i dati, rispettando il focus dell'analisi. La varietà degli argomenti trattati ha permesso a ogni partecipante di diventare "esperto" della propria tematica, ricoprendo un ruolo attivo e significativo nel confronto con i compagni. Infine, questa prima analisi è stata utilizzata come tema centrale per la stesura della tesina in vista dell'esame.

Tuttavia, ci sono state anche delle difficoltà legate al contesto penitenziario. Per gli studenti non è stato possibile raccogliere i dati tra i compagni di sezione perché l'amministrazione del carcere non ha mai risposto alla richiesta fatta dall'insegnante. D'altra parte, raccogliere i dati solo dagli studenti iscritti a scuola non avrebbe rappresentato una statistica sensata. Il campione sarebbe stato alquanto ridotto e poco significativo in termini di indagine.

Questa difficoltà, però, è stata uno stimolo per pensare criticamente a come poter effettuare una raccolta dati. Si è pensato di usare l'intelligenza artificiale per generare un insieme di risposte inserendo come prompt l'essere una persona detenuta, e riflettere sia sui dati prodotti che sui bias e sui pregiudizi che sarebbero potuti emergere. Per esempio, sull'età del campione di persone detenute rappresentato, i dati avuti dall'intelligenza artificiale sono risultati verosimili, mentre per quanto riguarda l'accesso al lavoro i dati prodotti dall'intelligenza artificiale si scostavano molto dalla realtà. Queste differenze hanno permesso di ampliare la riflessione partendo da "punti di rottura", riconoscendo i bias che l'intelligenza artificiale ha prodotto sulla popolazione del campione scelto e cercando di supportare un pensiero critico e consapevole di un dato fenomeno.

BIBLIOGRAFIA

- Ahl, L. M. (2019). *Designing a research-based detection test for eliciting students' prior understanding on proportional reasoning. Adults Learning Mathematics*, 14(1), 6–22.
- Ahl, L. M., Aguilar, M. S., & Jankvist, U. T. (2017). *Distance mathematics education as a means for tackling impulse control disorder: The case of a young convict. For the Learning of Mathematics*, 37(3), 27–32.
- Ahl, L. M., & Helenius, O. (2020). *Bill's rationales for learning mathematics in prison. Scandinavian Journal of Educational Research*, 65(4), 633–645. <https://doi.org/10.1080/00313831.2020.1739133>
- Baldacci, M. (2005). *Personalizzazione o individualizzazione?* Edizioni Erickson.
- Barros, B., Silva, J., & Nascimento, V. (2024). *The university extension and mathematics teachers' formation: contributions to the development of teaching knowledge. Holos*, 8(40). <https://doi.org/10.15628/holos.2024.17380>
- Bartolini Bussi, M. G. B., Boni, M., & Ferri, F. (1995). *Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica*. Centro documentazione educativa.
- Benelli, C. (2008). *Promuovere formazione in carcere. Itinerari di educazione formale e non formale nei "luoghi di confine"*. Edizioni Del Cerro.
- Benelli, C. (2020). *La scuola incarcerata. L'integrazione scolastica e sociale*, 19 (2), 48–56. <https://doi.org/10.14605/ISS1922005>
- Bertolini, P., & Caronia, L. (1993). *Ragazzi difficili. Pedagogia interpretativa e linee di intervento*. La Nuova Italia.
- Black, P., & Wiliam, D. (2009). *Developing the theory of formative assessment. Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), 5–31. <https://doi.org/10.1007/s11092-008-9068-5>
- Boaler, J., Munson, J., & Williams, C. (2021). *Mindset mathematics: Visualizing and investigating big ideas, Grade 7*. John Wiley & Sons.
- Bolondi, G. (2006). *Metodologia e didattica: il laboratorio. Rassegna, Periodico quadrimestrale dell'Istituto Pedagogico provinciale per il gruppo linguistico Italiano*, 29, 59–63.

- Borkowski, J. G. & Muthukrishna, N. (1992). Moving metacognition into the classroom: "Working models" and effective strategy teaching. In M. Pressley, K. R. Harris, & J. Guthrie (Eds.), *Promoting academic competence and literacy in school* (pp. 477–501). Academic Press.
- Bove, C. (2019). Il metodo etnografico. In L. Mortari, & L. Ghirotto (Eds.), *Metodi per la ricerca educativa* (pp. 101–142). Carocci.
- Braga, F. C., & da Rosa, J. E. (2022). Movimento entre concreto e abstrato na formação de conceitos matemáticos por estudantes privados de liberdade. *Roteiro*, 47(1), 1–28. <https://doi.org/10.18593/r.v47.30051>
- Byrne, C. & Carr, M. (2015). Maths in prison. *Journal of Prison Education and Reentry (2014-2023)*, 2(2), 33–37. <http://dx.doi.org/10.15845/jper.v2i2.720>
- Cacchione, A. (2024). *Viaggio nell'istruzione degli adulti in Italia. Caratteri, risultati e prospettive della ricerca*. INDIRE.
- Caldin, R., Cesaro, A., & Pasin, F. (2013). Carcere e disabilità. Una ricerca tra sfide e possibilità educative. *Orientamenti Pedagogici*, 60(3), 675–695.
- Carraher, T. N. (1986). From drawings to buildings; working with mathematical scales. *International Journal of Behavioral Development*, 9(4), 527–544. <https://doi.org/10.1177/01650254860090040>
- CAST (2024). *Universal Design for Learning (UDL) Guidelines version 3.0*. Author.
- Castellini, A., Giberti, C., Lemmo, A., & Maffia, A. (2023). *Attivazione. Laboratori di matematica per la scuola del primo ciclo*. Limena (PD) Libreria Universitaria.
- Castelnuovo, E. (1963). *Didattica della matematica*. La Nuova Italia.
- Castelnuovo, E. (1967). È possibile un'educazione al "saper vedere" in matematica? *Bollettino dell'Unione Matematica Italiana*, 22(4), 539–549.
- Catarci, M. (2016). *La pedagogia della liberazione di Paulo Freire. Educazione, intercultura e cambiamento sociale*. FrancoAngeli.
- Cateni, C., Armati, A., Anatrà, P.D., & Maffia, A. (2025). La didattica della matematica in carcere per la valorizzazione della persona. In A. Rubinacci, E. Porcaro - *Largo ai CPLA* (p. 56). Tuttoscuola.
- Cerrocchi, L., & Porcaro, E. (2023). *Minori stranieri non accompagnati. Orientamenti e materiali, strumenti e strategie per l'inclusione nel sistema scolastico*. FrancoAngeli.

- Chapman, O. (2008). Narratives in mathematics teacher education. In D. Tirosh, & T. Wood (Eds.), *The International Handbook of mathematics teacher education: Tools and processes in mathematics teacher education*, 2, (pp. 15–38). Sense Publishers.
- Chrysiou, V., Kitsiou, R., Karazanou, M., Appelbaum, P., & Stathopoulou, C. (2023). Alternative curricular experiences for young prisoners: Developing (hidden) mathematical ideas inside prison. *Prometeica-Revista de Filosofia y Ciencias*, 27, 741–751. <https://doi.org/10.34024/prometeica.2023.27.15373>
- Cianciotto, L. M. (2020). Public space, common space, and the spaces in-between: A case study of Philadelphia's love park. *City & Community*, 19(3), 676–703. <https://doi.org/10.1111/cico.12454>
- Connell, J. P. (1990). Context, self, and action: A motivational analysis of self-system processes across the life-span. In D. Cicchetti (Ed.), *The self in transition: Infancy to childhood* (pp. 61–97). University of Chicago Press.
- Connelly, F.M., & Clandinin, D.J (1990). Stories of experience and narrative inquiry. *Educational Researcher*, 9(5), 2–14. <https://doi.org/10.3102/0013189X019005002>
- Cottini, L. (2016). *L'autodeterminazione nelle persone con disabilità. Percorsi educativi per svilupparla*. Erickson.
- Crenshaw, K. (1989). Mapping the margins: Intersectionality, identity politics, and violence against women of color. *Stanford Law Review*, 43(6), 1241–1299. <https://doi.org/10.2307/1229039>
- D'Ambrosio, U. (2002). *Etnomatematica*. Pitagora editrice.
- D'Amore, B., & Fandiño Pinilla, M.I. (2005). Area e perimetro. Relazioni tra area e perimetro: convinzioni di insegnanti e studenti. *La matematica e la sua didattica*, 2, 165–190.
- Deardorff, D. K. (2006). Identification and Assessment of Intercultural Competence as a Student Outcome of Internationalization, *Journal of Studies in International Education*, 10(3), 241–266. <https://doi.org/10.1177/1028315306287002>
- Decembrotto, L. (2020). L'istruzione degli adulti in carcere durante l'emergenza Covid-19. *Italian Journal of Special Education for Inclusion*, 8(2), 278–290. <https://doi.org/10.7346/sipes-02-2020-18>
- Decembrotto, L. (2024). *Educare in carcere. Elementi di critica pedagogica al paradigma ri-educativo*. Edizioni Centro Studi Erickson.

- Decembrotto, L., & Maffia, A. (2024). Riflessioni per una didattica della matematica in carcere inclusiva e accessibile. *Nuova Secondaria*, 41(7), 147–154.
- Deci, E. L., & Ryan, R. M. (1985). *Intrinsic Motivation and Self-Determination in Human Behavior*. Plenum. <https://doi.org/10.1007/978-1-4899-2271-7>
- Dedò M., & Di Sieno, S. (2012). Laboratorio di matematica: una sintesi di contenuti e metodologie. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1211.2159>
- Demo, H. (2019) Universal Design for Learning, in L. D'Alonzo (Ed.), *Dizionario di Pedagogia Speciale* (pp. 365-368). Scholè.
- De Rocco, G., & Muratori, A. (2024). Didattica della matematica in carcere: una riflessione sull'inclusione. In S. Pinnelli, A. Fiorucci, & C. Giaconi, (Eds.), *I Linguaggi della Pedagogia Speciale. La prospettiva dei valori e dei contesti di vita*, (pp. 26–32). Pensa Multimedia.
- De Vito C. G. (2009). *Camosci e girachiavi. Storia del carcere in Italia*. Laterza.
- Di Martino, P., & Zan, R. (2010). 'Me and maths': Towards a definition of attitude grounded on students' narratives. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13, 27–48. <https://doi.org/10.1007/s10857-009-9134-z>
- Di Martino, P., & Zan, R. (2011). Attitude towards mathematics: A bridge between beliefs and emotions. *ZDM*, 43, 471–482. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0309-6>
- Di Rienzo, P., & Serra, G. (2024). Cpia e istruzione in carcere. Competenze andragogiche per favorire percorsi inclusivi di studenti detenuti. *Lifelong Lifewide Learning*, 21(44), 349–361. <https://doi.org/10.19241/lll.v21i44.835>
- Duval, R. (2018). Per l'educazione allo sguardo in geometria elementare e in pittura. *La matematica e la sua didattica*, 26(2), 211–245.
- Eccles, J. S., & Midgley, C. (1989). Stage/environment fit: Developmentally appropriate classrooms for early adolescents. In R. Ames, & C. Ames (Eds.), *Research on Motivation in Education*, 3(1), (pp. 139–181). Academic Press.
- Floreancig, P. (2018). I CPIA. Sfide organizzative per l'educazione degli adulti. In P. Floreancig, F. Fusco, F. Virgilio, F. Zanon, & D. Zoletto (Eds.), *Tecnologie, lingua, cittadinanza. Percorsi di inclusione dei migranti nei CPIA* (pp. 15–19). FrancoAngeli.

- Foucault, M. (1975). *Surveiller et punir*. Gallimard.
- Freire, P. (2011). *La pedagogia degli oppressi* (L. Bimbi e C. Alzati, Trans.). EGA-Edizioni Gruppo Abele. (Lavoro originale pubblicato nel 1970).
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Reidel.
- Freudenthal, H. (2002). Didactical Principles. *Revisiting Mathematics Education: China Lectures*, 45–123.
- Gabrielli, S., Sposetti, P., & Szpunar, G. (2024). Il ruolo dei CPIA per l'inclusione: dare voce agli insegnanti. *Lifelong Lifewide Learning*, 22(45), 425–439. <https://doi.org/10.19241/lll.v22i45.900>
- Gal, I., Grotlüschen, A., Tout, D., & Kaiser, G. (2020). Numeracy, adult education, and vulnerable adults: a critical view of a neglected field. *ZDM*, 52, 377–394. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01155-9>
- Giacardi, L. (2011). L'emergere dell'idea di laboratorio di matematica agli inizi del Novecento. In O. Robutti, & M. Mosca (Eds.), *Atti del Convegno Di. Fi. Ma 2011*, 55–66. Kim Williams Books.
- Gilmore, R. W. (2007). *Golden Gulag: Prisons, Surplus, Crisis, and Opposition in Globalizing California*. University of California Press.
- Ginsburg, L., Manly, M., & Schmitt, M. J. (2006). The components of numeracy. NCSALL Occasional Paper. *National Center for Study of Adult Literacy and Learning*.
- Goffman, E. (2017). *Asylums: Essays on the social situation of mental patients and other inmates*. Routledge.
- Gomes, M. J. T., & Caldeira, A. D. (2014). Modelagem no cárcere: educação matemática para a paz. *Revista Eletrônica de Educação*, 8(2), 44–57. <https://doi.org/10.14244/19827199598>
- Grando, N.I. (1988). *A matematica na agricultura e na escola [Matematica in agricultura e a scuola]*. Tesi magistrale non pubblicata. Universidade Federal di Pernambuco.
- Greer, B. (1992). Multiplication and division as models of situations. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 276–295). Macmillan Publishing Co.
- Griffith, J. D., Adams, L. T., Gu, L. L., Hart, C. L., & Nichols-Whithead, P. (2012). Students' attitudes toward statistics across the disciplines: A mixed-methods approach. *Statistics Education Research Journal*, 11(2), 45–56. <https://doi.org/10.52041/serj.v11i2.328>
- Gruppo di Lavoro Diversità, Equità e Inclusione DIEF-UNIMORE (2025). *Linee Guida per una comunicazione inclusiva*. Dipartimento

- di Ingegneria Enzo Ferrari, UNIMORE.
- Habermas J. (1989). *The structural transformation of the public sphere* (T. Burger, Trans.). MIT Press.
- Hassi, M. L., Hannula, A., & Saló i Nevado, L. (2010). Basic Mathematical Skills and Empowerment: Challenges and Opportunities in Finnish Adult Education. *Adults Learning Mathematics*, 5(1), 6–22.
- Helms M. M., & Nixon, J. (2010). Exploring SWOT analysis - Where are we now? A review of academic research from the last decade. *Journal of Strategy and Management*, 3(3), 215–251.
<https://doi.org/10.1108/17554251011064837>
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological aspects of learning geometry. In P. Neshet, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition* (pp. 70–95). Cambridge University Press.
- Hoogland, K., & van Groenestijn, M. (2021). *Common European Numeracy Framework: Aspects and Levels*. <https://husite.nl/cenf/wp-content/uploads/sites/349/2024/01/2021-11-30-CENF-Aspects-and-Levels.pdf>
- Huff, D. & Geis, I. (2007), *Mentire con le statistiche*, (G. Livraghi, & R. Puglisi, Trans.). Monti e Ambrosini. (Lavoro originale pubblicato nel 1954)
- Kaasila, R. (2007). Using narrative inquiry for investigating the becoming of a mathematics teacher. *ZDM*, 39, 205–213.
<https://doi.org/10.1007/s11858-007-0023-6>
- Kilgore, J. (2011). Bringing Freire behind the walls: The perils and pluses of critical pedagogy in prison education. *The Radical Teacher*, 90, 57–66. <https://doi.org/10.5406/radicalteacher.90.0057>
- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? In A. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education* (pp. 123–147). Lawrence Erlbaum Associates.
- Knowles, M. S., Holton, E. F. III, & Swanson, R. A. (2012). *The Adult Learner*. Taylor & Francis.
- Lave, J. (1988). *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*. Cambridge University Press.
- Leont'ev, A. N. (1978). *Activity, consciousness and personality* (transl. by M.J. Hall). Prentice Hall.
- Ligabue, A. (2020). *Didattica Ludica: Competenze in Gioco*. Edizioni Centro Studi Erickson.

- Lizzola, I., Brena, S., & Ghidini, A. (2017). *La scuola prigioniera: l'esperienza scolastica in carcere*. FrancoAngeli.
- Lucangeli, D., De Candia, C., & Poli, S. (2004). *L'intelligenza numerica: abilità cognitive e metacognitive nella costruzione della conoscenza numerica dagli 8 agli 11 anni*. Erickson.
- Maffia A., & Decembrotto L. (2022). Design principles for mathematics education in prison: an exploratory study. *Italian Journal of Special Education for Inclusion*, X(2), 8090.
<https://doi.org/10.7346/sipes-02-2022-07>
- Maffia A., Decembrotto, L., Giberti, C., Mennuni, F., Pocalana, G., Regola, S., & Telloni, A. I. (in stampa). Italian mathematics prison teachers' perspective on the teaching/learning of mathematics in prison schools. *The Journal of Prison Education Research*.
- Maffia, A., & Mariotti, M.A. (2018). Adults' Conception of Multiplication: Effects of Schooling on Multiplicative Conceptual Field. In K. Safford-Ramus, J. Maaß, & E. Süß-Stepancik (Eds.), *Contemporary Research in Adult and Lifelong Learning of Mathematics* (p. 95–108). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-96502-4_6
- Malagnini, F., & Deiana, I. (2023). Tra conferme e sorprese: i bisogni formativi dei docenti dei CPIA. *Italiano Lingua Due*, 15(2), 328–343. <https://doi.org/10.54103/2037-3597/21953>
- Malara, N. A. (1997). Problemi nel passaggio aritmetica-algebra. *La Matematica e la sua Didattica*, 2, 176–186.
- Marini, C. (2000). *Matematica d'evasione*. Libreria Universitaria.
- Marini, C. (2019). *Matematica d'evasione. 20 facili lezioni da un'esperienza di insegnamento in carcere*. Libreria Universitaria.
- Mariotti, M. A. (2005). *La geometria in classe. Riflessioni sull'insegnamento e apprendimento della geometria*. Pitagora.
- Mariotti, M. A. (2010). Riflessioni sulla dinamicità delle figure: il comando di trascinamento. In G. Accascina, & E. Rogora (Eds.), *Seminari di geometria dinamica*, Edizioni Nuova Cultura.
- Mariotti, M. A. (2022). *Argomentare e dimostrare come problema didattico* (Nuove convergenze). UTET Università.
- Maurizio, A. (2021). Alla ricerca di un'identità. *Lifelong Lifewide Learning*, 17(38), 420–430. <https://doi.org/10.19241/lll.v17i38.581>
- McKenney, S., & Reeves, T. C. (2018). *Conducting Educational Design Research*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315105642>

- Meira, C., & Fantinato, M. C. (2015). Os saberes matemáticos de jovens e adultos em contexto de privação de liberdade. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 8(2), 177–193.
- Mennuni, F., Maffia, A., Decembrotto, L., & Manzoni, V. (in stampa). Not just threats and weaknesses: Seeking opportunities for the teaching/learning of mathematics in prison schools. In M. Bosch, G. Bolondi, S. Carreira, C. Spagnolo, & M. Gaidoschik (Eds.), *Proceedings of the Fourteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME14)*, Free University of Bozen-Bolzano and ERME.
- Migliori, S. (2007). *Carcere, esclusione sociale, diritto alla formazione*. Carocci Faber.
- Ministero della Pubblica Istruzione (MPI). (2007). *La via italiana per la scuola interculturale e l'integrazione degli alunni stranieri*. Osservatorio nazionale per l'integrazione degli alunni stranieri e per l'educazione interculturale. Roma.
- Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca (MIUR). (2012). *Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione*. *Annali della Pubblica Istruzione*. In Annali della Pubblica Istruzione. <http://www.miur.gov.it/scuola-primaria>
- Miravalle M., & Scandurra A. (2024). *Nodo alla gola. XX Rapporto di Antigone sulle condizioni di detenzione*. Antigone edizioni.
- Moher, D., Liberati, A., Tetzlaff, J., Altman, D. G., & the PRISMA Group (2009). Preferred reporting items for Systematic Reviews and Meta-Analyses: The PRISMA statement. *PLOS Med.*, 6(7), 264–269. <https://doi.org/10.1371/journal.pmed.1000097>
- Mussi, A. (2024). Confini/relazioni all'interno dei CPIA. Prospettive trasformative per la formazione degli adulti in chiave interculturale. *Lifelong Lifewide Learning*, 22(45), 440–450. <https://doi.org/10.19241/lll.v22i45.889>
- National Research Council & Institute of Medicine. (2004). *Engaging schools: fostering high school students' motivation to learn*. National Academy Press.
- Navarra, G. (2022). *Aritmetica e Algebra. Un percorso intrecciato dai 5 ai 14 anni. Ruolo dell'insegnante nella costruzione di una classe pensante*. UTET Università.
- Nunes, T., Schliemann, A. D., & Carraher, D. W. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. Cambridge University Press.
- Pérez, C (2021). Entre el beneficio, el compromiso y la oportunidad: la

- importancia de la educación para los participantes de un taller de alfabetización de una cárcel bonaerense. *Reidocrea*, 10(15), 1–20.
<https://doi.org/10.30827/Digibug.66756>
- Pertichino, M., & Faggiano, E. (2002). La matematica: roba da grandi. *ECO*, XVI, 26–28.
- Pocalana, G., Regola, S., & Telloni, A. I. (in stampa). Mathematics teachers' identity in the prison context. In M. Bosch, G. Bolondi, S. Carreira, C. Spagnolo, & M. Gaidoschik (Eds.), *Proceedings of the Fourteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME14)*, Free University of Bozen-Bolzano and ERME.
- Poliandri, D., & Epifani, G. (2023). *Scoprire i Centri Provinciali per l'Istruzione degli Adulti: contesti, ambienti, processi. Dati dal questionario CPIA Valu.E e dal rapporto di autovalutazione*. FrancoAngeli.
- Polya, G. (1954). *Mathematics and plausible reasoning. Vol.1: Introduction and analogy in mathematics. Vol.2: Patterns of plausible inference*. Princeton University Press.
- Popper, K. R. (2002). *Conoscenza oggettiva. Un punto di vista evoluzionistico* (A. Rossi Trans.). Armando. (Lavoro originale pubblicato nel 1972).
- Porcaro, E. (2018). Il ruolo dei CPIA nel processo di integrazione dei migranti. Focus sui MSNA. In: C. Brescianini (Ed.), *Sguardi simmetrici. Ragazzi che arrivano da lontano nelle scuole dell'Emilia-Romagna* (pp. 111–126). Tecnodid.
- Porcaro, E., Sibilio, R., & Buonanno, P. (2020). *Il riconoscimento dei crediti per l'istruzione degli adulti. Metodologie e strumenti per la certificazione dei crediti*. Loescher.
- Regola, S., Decembrotto, L., Mennuni, F., & Manzoni, V. (in stampa). 'Learning Math in Prison': Preliminary outputs of an Educational Design Research. In M. Bosch, G. Bolondi, S. Carreira, C. Spagnolo, & M. Gaidoschik (Eds.), *Proceedings of the Fourteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME14)*, Free University of Bozen-Bolzano and ERME.
- Ronco, D. (2016). La competizione tra i reclusi. L'impatto della scarsità di risorse e della logica del beneficio sulla comunità carceraria. *Etnografia e ricerca qualitativa*, 2, 211–226.
- Schliemann, A. D., & Nunes, T. (1990). A situated schema of proportionality. *British Journal of Developmental Psychology*, 8(3), 259–268.
<https://doi.org/10.1111/j.2044-835X.1990.tb00841.x>

- Shemshack, A., & Spector, J.M. (2020). A systematic literature review of personalized learning terms. *Smart Learning Environments*, 7(1), 1-20. <https://doi.org/10.1186/s40561-020-00140-9>
- Silva, L., & Maffia, A. (2022). Promuovere l'autovalutazione coi giochi da tavolo: il modello del progetto Numeri e Pedine. *Annali online della Didattica e della Formazione Docente*, 14(24), 47–64. <https://doi.org/10.15160/adfd.v14i24.2583>
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, 20–26.
- Skinner, E. A., & Belmont, M. J. (1993). Motivation in the classroom: Reciprocal effect of teacher behavior and student engagement across the school year. *Journal of Educational Psychology*, 85(4), 571–581. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.85.4.571>
- Soldano, C., & Sabena, C. (2023). “Ti sfido in altezza”: da un gioco-indagine in ambiente di geometria dinamica alla discussione di attributi critici delle figure. *Didattica Della Matematica. Dalla Ricerca Alle Pratiche d'aula*, 13, 57–69. <https://doi.org/10.33683/ddm.23.13.3>
- Stahl, N. (2011). An analysis of calculator use and strategy selection by prison inmates taking the official GED practice test. *Journal of Correctional Education*, 62(3), 194–215.
- Stathopoulou, C., Appelbaum, P., Fovos, I., & Chrysikou, V. (2024). Common spaces matter: Curricular experiences through mathematics with young prisoners and prospective teachers. *ZDM*, 56(3), 347–361. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01558-y>
- Tout, D. (2020). Evolution of adult numeracy from quantitative literacy to numeracy: Lessons learned from international assessments. *International Review of Education*, 66(2), 183–209. <https://doi.org/10.1007/s11159-020-09831-4>
- UMI-CIIM (2003). In G. Anichini, F. Arzarello, L. Ciarrapico, & O. Robutti (Eds.), *Matematica 2003. La matematica per il cittadino. Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curriculum di Matematica. Ciclo Secondario*. Matteoni Stampatore.
- UNESCO (2013). *Intercultural Competences: Conceptual and Operational Framework*.
- Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In J. Hiebert, & M. Behr, *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 141–161). NCTM.

- Vergnaud, G. (2009). The theory of conceptual fields. *Human development*, 52(2), 83–94. <https://doi.org/10.1159/000202727>
- Wehmeyer, M. L. (1999). A Functional Model of Self-Determination: Describing Development and Implementing Instruction. *Focus on Autism and Other Developmental Disabilities*, 14(1), 53–61. <https://doi.org/10.1177/108835769901400107>
- Wenger, E. (1998). *Communities of Practice: learning, meaning and Identity*. Cambridge University Press.
- Zan, R., (2007), *Difficoltà in matematica. Osservare, interpretare, intervenire*. Springer-Verlag.
- Zan, R., & Baccaglioni-Frank, A. (2017). *Avere successo in matematica. Strategie per l'inclusione e il recupero*. UTET Università.
- Zizioli, E. (2014). *Essere di più. Quando il tempo della pena diventa il tempo dell'apprendere*. Le lettere.
- Zizioli, E., & Colla, E. (2016). Il diritto di rinascere nel tempo della pena: lo spazio della formazione. *Formazione Lavoro Persona*, 17, 63–73.

Edizioni ETS
Palazzo Roncioni - Lungarno Mediceo, 16, I-56127 Pisa
info@edizioniets.com - www.edizioniets.com
Finito di stampare nel mese di settembre 2025