

# a-n-a-l-i-t-i-c-a

21

*comitato scientifico / scientific committee*

Michael Arndt (*Eberhard Karls Universität Tübingen*),  
Luca Bellotti (*Università di Pisa*), Luca Gili (*Université du Québec à Montréal*),  
Mauro Mariani (*Università di Pisa*), Carlo Marletti (*Università di Pisa*),  
Pierluigi Minari (*Università di Firenze*), Enrico Moriconi (*Università di Pisa*),  
Giacomo Turbanti (*Università di Pisa*), Gabriele Usberti (*Università di Siena*)

Analitica propone una serie di testi

– classici, monografie, strumenti antologici e manuali –  
dedicati ai più importanti temi della ricerca filosofica,  
con particolare riferimento alla logica, all’epistemologia  
e alla filosofia del linguaggio.

Destinati allo studio, alla documentazione e all’aggiornamento critico,  
i volumi di Analitica intendono toccare sia i temi istituzionali  
dei vari campi di indagine, sia le questioni emergenti collocate  
nei punti di intersezione fra le varie aree di ricerca.

Analitica includes reprints of epoch-making monographs,  
original researches, edited collections  
and textbooks on major philosophical themes,

with a special focus on logic, epistemology and the philosophy of language.

The volumes of the series are designed for undergraduate students  
and for researchers, to whom they offer updated scholarship.

They deal with both the fundamental topics of the various research areas  
and with the emerging questions to be found at their junctions.



Luca Bellotti

# Avventure fondazionali

Lezioni su alcuni aspetti storici  
dei fondamenti della matematica



Edizioni ETS



[www.edizioniets.com](http://www.edizioniets.com)

© Copyright 2025

Edizioni ETS

Palazzo Roncioni - Lungarno Mediceo, 16, I-56127 Pisa

[info@edizioniets.com](mailto:info@edizioniets.com)

[www.edizioniets.com](http://www.edizioniets.com)

*Distribuzione*

Messaggerie Libri SPA

Sede legale: via G. Verdi 8 - 20090 Assago (MI)

*Promozione*

PDE PROMOZIONE SRL

via Zago 2/2 - 40128 Bologna

ISBN 978-884677254-1

## Prefazione

L'origine di questo lavoro si può rintracciare nei molti anni di attività seminariale di insegnamento per il Corso di laurea magistrale in Filosofia e forme del sapere dell'Università di Pisa, in particolare nei corsi di Logica (corso avanzato), Storia della logica e Filosofia della matematica. Ho ritenuto opportuno a un certo punto raccogliere sinteticamente, rielaborandolo profondamente, parte del materiale che è servito di base per questi corsi di carattere seminariale (caratterizzati da presentazioni orali seguite da discussioni in cui ai presenti è sempre stata richiesta una partecipazione attiva), sperando che possa essere di qualche interesse anche per una cerchia più ampia di lettori.

Dopo una lunga introduzione storica, a partire dalle origini e soffermandosi su alcuni momenti cruciali nella storia della matematica dal punto di vista delle sue problematiche fondazionali, il discorso si articola principalmente sugli eventi dei primi trent'anni del '900, che rimangono il periodo più ricco e importante rispetto a tali problematiche, delle quali vorremmo mostrare il carattere né estrinseco né arbitrario e il radicamento in un lungo processo che percorre tutta la storia della matematica. Presenteremo le grandi prospettive fondazionali classiche e le loro risposte e proposte di fronte alla crisi di inizio secolo, per poi soffermarci sui risultati limitativi degli anni '30, che costituiscono scoperte matematiche cruciali, alla base di una svolta epocale e della nascita della logica matematica come oggi la conosciamo.

Il materiale bibliografico su questi temi, classico e recente, è notoriamente vastissimo; speriamo nondimeno di aver tracciato il nostro percorso con qualche originalità, e soprattutto di aver mantenuto una sufficiente leggibilità e chiarezza, anche per chi non è familiare con l'argomento, evitando un'esposizione troppo tecnica o dettagliata, rimandando comunque nei suggerimenti finali alle necessarie fonti di approfondimento. Abbiamo cercato di mantenere in ogni modo il tono colloquiale di un seminario, e questo spiega lo stile piuttosto informale, senza però rinunciare a un certo rigore, comunque indispensabile perché l'esposizione non risulti fuorviante.

Pisa, aprile 2025

L. B.

## *Ringraziamenti*

Ringrazio in primo luogo Enrico Moriconi per avermi per primo suggerito che questo lavoro meritasse di essere reso noto e potesse risultare utile anche per lettori diversi. Ringrazio gli studenti e le studentesse che hanno partecipato ai corsi sopra ricordati, per il loro interesse, la loro attenzione e le loro domande, che mi hanno costretto a ripensare (e non solo esporre) con maggiore chiarezza le questioni affrontate; in relazione a questo lavoro desidero rivolgere un ringraziamento particolarmente sentito a Francesca Chiarelli. Ringrazio infine il Dipartimento di Civiltà e forme del sapere dell'Università di Pisa, a cui appartengo, per il suo sostegno.

*Solche Mißgriffe, setzte er abbrechend hinzu, sind unvermeidlich, seitdem wir von dem Baum der Erkenntnis gegessen haben. Doch das Paradies ist verriegelt und der Cherub hinter uns; wir müssen die Reise um die Welt machen, und sehen, ob es vielleicht von hinten irgendwo wieder offen ist.*

—Kleist

# Indice

<b>Prefazione</b>	<b>5</b>
<b>Ringraziamenti</b>	<b>6</b>
<b>1 Introduzione</b>	<b>7</b>
<b>2 Alcune premesse storiche</b>	<b>10</b>
<b>3 Sul ruolo della dimostrazione</b>	<b>13</b>
<b>4 Il “miracolo” greco</b>	<b>16</b>
<b>5 L’epoca moderna e la nascita del calcolo infinitesimale</b>	<b>24</b>
<b>6 Il XIX secolo: nuove geometrie ed esigenze di rigore</b>	<b>33</b>
<b>7 L’aritmetizzazione e gli insiemi</b>	<b>37</b>
<b>8 La crisi dei fondamenti</b>	<b>41</b>
<b>9 Alcune proposte di soluzione</b>	<b>46</b>
<b>10 Il predicativismo</b>	<b>51</b>
<b>11 Il costruttivismo</b>	<b>55</b>
<b>12 Il programma di Hilbert e la sua impostazione</b>	<b>62</b>
<b>13 Lo sviluppo del programma di Hilbert</b>	<b>73</b>
<b>14 I teoremi di incompletezza</b>	<b>81</b>
<b>15 Alcune conseguenze</b>	<b>89</b>
<b>16 Indecidibilità</b>	<b>94</b>
<b>17 Altri risultati</b>	<b>104</b>

<b>18 La questione della coerenza</b>	<b>109</b>
<b>19 Congedo filosofico</b>	<b>115</b>
<b>Lecture suggerite</b>	<b>121</b>
<b>Bibliografia essenziale</b>	<b>123</b>

# a-n-a-l-i-t-i-c-a

---

L'elenco completo delle pubblicazioni  
è consultabile sul sito

[www.edizioniets.com](http://www.edizioniets.com)

alla pagina

<http://www.edizioniets.com/view-Collana.asp?col=Analitica>



---

## Pubblicazioni recenti

21. Luca Bellotti, *Avventure fondazionali. Lezioni su alcuni aspetti storici dei fondamenti della matematica*, 2025, pp. 128
20. Luca Bellotti, Enrico Moriconi, Giacomo Turbanti (eds.), *Fifth Pisa Colloquium in Logic, Language and Epistemology*, 2023, pp. 140
19. Luca Bellotti, Giacomo Turbanti (eds.), *Fourth Pisa Colloquium in Logic, Language and Epistemology. Essays in Honour of Enrico Moriconi*, 2021, pp. 216
18. Gabriele Lolli, *Il fascino discreto della matematica. Calvino, l'Oulipo e Bourbaki*, 2021, pp. 156
17. Ludovica Conti, *Paradosso di Russell e programmi astrazionisti. Spiegazioni e soluzioni a confronto*, 2020, pp. 256
16. Rossella Lupacchini, *Nella mente della natura. La scienza della luce e la dottrina delle ombre*, 2020, pp. 200
15. Luca Bellotti, Luca Gili, Enrico Moriconi, Giacomo Turbanti (eds.), *Third Pisa Colloquium in Logic, Language and Epistemology. Essays in Honour of Mauro Mariani and Carlo Marletti*, 2019, pp. 408
14. Carlo Gabbani, *Realismo e antirealismo scientifico. Un'introduzione*, 2018, pp. 180
13. Hykel Hosni, Gabriele Lolli, Carlo Toffalori (a cura di), *Le direzioni della ricerca logica in Italia 2*, 2018, pp. 440
12. Mauro Mariani, *Logica modale e metafisica. Saggi aristotelici*, 2018, pp. 384
11. John Stillwell, *Da Pitagora a Turing. Elementi di filosofia nella matematica*. A cura di Rossella Lupacchini, 2018, pp. 192
10. Ettore Casari, *La logica stoica*. A cura di Enrico Moriconi, 2017, pp. 124
9. Enrico Moriconi and Laura Tesconi (eds.), *Second Pisa Colloquium in Logic, Language and Epistemology*, 2014, pp. 376
8. Wilfrid Sellars, *L'immagine scientifica e l'immagine manifesta*. Raccolta di testi a cura di Carlo Marletti e Giacomo Turbanti, 2013, pp. 574
7. Luca Tranchini, *Proof and Truth. An anti-realist perspective*, 2013, pp. 176
6. Laura Tesconi, *Essays in Structural Proof Theory*, 2013, pp. 134
5. Luca Bellotti, *What is a model of axiomatic set theory?*, 2012, pp. 188
4. Lolli Gabriele, *La guerra dei Trent'anni (1900-1930). Da Hilbert a Gödel*, 2011, pp. 242
3. Marletti Carlo (ed.), *First Pisa Colloquium in Logic, Language and Epistemology*, 2010, pp. 190
2. Moriconi Enrico, *Strutture dell'argomentare*, 2009, pp. 176
1. Bellotti Luca, *Teorie della verità*, 2008, pp. 140

Edizioni ETS  
Palazzo Rucconi - Lungarno Mediceo, 16, I-56127 Pisa  
info@edizioniets.com - www.edizioniets.com  
Finito di stampare nel mese di maggio 2025