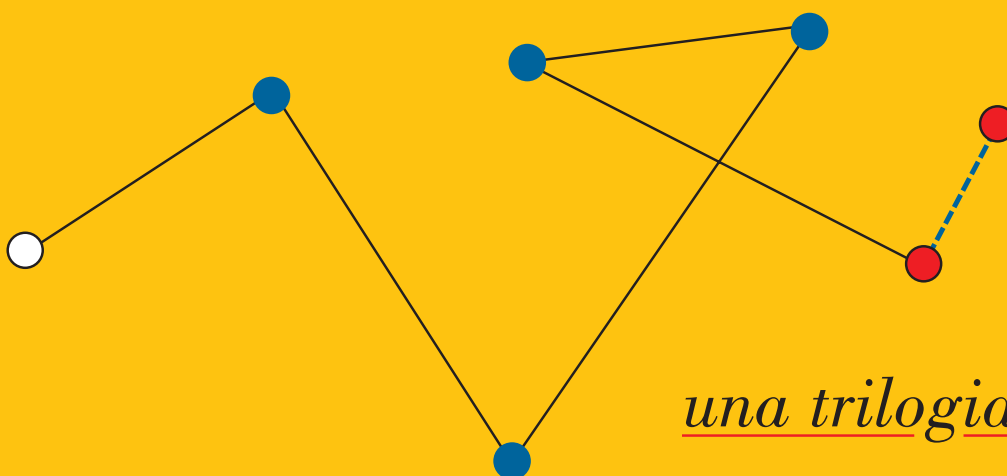




Nicolò Pintacuda

Invito alle Catene di Markov



- Un corso minimo sulle catene di Markov ●
- Passeggiata a caso in una rete ●
- Variazioni su tema di Markov ●



Edizioni ETS

www.edizioniets.com

isbn: 978-884672367-3

una trilogia markoviana

premessa

Dopo alcuni anni dalla pubblicazione del mio libro *Catene di Markov*, mi pare opportuno tornare con un nuovo intervento.

Lungi dall'arroccarsi entro la torre d'avorio della ricerca matematica, lo studio delle catene di Markov ha conosciuto un nuovo impetuoso sviluppo in contesti applicativi di interesse pratico di assoluta attualità.

Si pensi ai modelli matematici delle epidemie, della gerarchia delle relazioni sociali, della comunicazione globalizzata.

Su questa base teorica poggia persino l'algoritmo al centro del funzionamento di *Google*, il popolare motore di ricerca quotidianamente usato da milioni di utenti internet in tutto il mondo.

Per questi motivi ho ritenuto che al mio libro di anni fa, giovasse far seguire un'esposizione concisa del tutto elementare sulle catene di Markov e le passeggiate a caso, nella quale l'infrastruttura matematica è mantenuta ai minimi termini, sì da renderne accessibile la lettura a un pubblico non specializzato.

Una sorta di canto delle sirene capace di attirare l'attenzione del passante potenzialmente interessato ma distratto, e al tempo stesso farlo salire su un poggio dal quale scorgere l'affascinante panorama che l'argomento offre e invogliarlo all'escursione.



L'espressione "catene di Markov" evoca scenari di matematica applicata, problemi concreti di genetica o di sociologia e cose del genere.

Ma quando, nel lontano 1906 (più di un secolo fa), Andreï Andreevič Markov formulò per la prima volta la dipendenza tra quantità aleatorie che oggi appunto chiamiamo *markoviana*, egli era mosso da preoccupazioni di

tutt'altra natura, ben lontane dall'ambito applicativo e legate a insospettabili dispute che sfioravano addirittura la teologia morale.

Il lavoro di Markov, scritto nel 1906 e pubblicato l'anno seguente, si iscrive infatti, costituendone anzi il pezzo forte, in una polemica aspra che oppose l'accademico pietroburghese, focoso anticlericale, a un gruppo di matematici moscoviti raccolti intorno a Pavel Alekseevič Nekrasov e legati da presso agli ambienti tradizionalisti della Chiesa Ortodossa.

Era convinzione dichiarata di costoro che l'esistenza di una legge statistica per le osservazioni casuali, quale quella dei grandi numeri, postulasse nientemeno che il *libero arbitrio*, e che espressione canonica del libero arbitrio fosse l'indipendenza (stocastica) tra le quantità aleatorie (una tesi che oggi riuscirebbe incomprensibile).

Ergo – sostenevano Nekrasov e i suoi – *condizione necessaria affinché valga la legge dei grandi numeri è l'indipendenza stocastica*.

Il lavoro del 1906, nel quale Markov dimostrava la legge (debole) dei grandi numeri per una classe di quantità aleatorie *dipendenti*, gli forniva la prova provata che i suoi antagonisti erano in errore !

Non vi è dubbio che gli sviluppi successivi videro un uso crescente in campo applicativo di quelle che Bernstein avrebbe più tardi chiamato *catene di Markov*. È ben noto del resto che lo stesso Markov impiegò il suo modello in uno studio pionieristico di linguistica probabilistica, analizzando l'alternarsi markoviano di vocali e consonanti nell'*Evgeniï Onegin* (un poema di Puškin) nonché in una novella di Aksakov.

Ma questo accadeva in un lavoro del 1913, parecchi anni dopo l'invenzione originaria del 1906.

Le catene di Markov e le passeggiate a caso, loro affini, hanno incontrato negli anni crescente fortuna in svariate scienze applicate, dalla fisica alla statistica all'informatica alla sociologia quantitativa all'economia per non parlare della genetica matematica, al punto da costituire forse il modello probabilistico più largamente popolare al di fuori della cerchia ristretta dei matematici.

Uguale importanza hanno assunto i processi markoviani a tempo continuo, che ne sono la naturale generalizzazione; per lungo tempo essi hanno costituito il *corpus maius* della produzione intellettuale nell'ambito dei processi aleatori, un'egemonia solo di recente contrastata da nuovi punti di vista, più vicini allo spirito dell'Analisi matematica classica, quelli della teoria delle martingale e del calcolo stocastico.

Mettendo da parte le applicazioni, dal punto di vista teorico le catene di Markov "ingenua" (a tempo discreto e stati discreti) conservano intatto il loro interesse e il loro fascino, in quanto consentono una trattazione matematica semplice ed elegante, nella quale la dinamica aleatoria appare con evidenza,

non soffocata dal peso del bagaglio tecnico che si richiede invece per i processi aleatori di tipo più generale.

Sono anche queste considerazioni che mi hanno spinto a proporre questa nuova, aggiornata e agile esposizione sulle catene di Markov.

Essa è articolata in tre brevi elaborati:

il primo, *Un corso minimo sulle catene di Markov*, mira a fornire succintamente gli elementi conoscitivi di base;

il secondo, *Passeggiata a caso in una rete*, tratta problemi di diffusione markoviana in un ambiente specifico (e qui le assonanze con il web, benché molto implicite, risuonano certamente all'orecchio del lettore avvertito);

il terzo, *Variazioni su tema di Markov*, offre una scelta di approfondimenti specifici, dedicati ai più smaliziati.

L'intento è quello, con il pretesto di celebrare in certo qual modo il centenario del lavoro di Markov, di esporre con mano leggera il potenziale lettore al fascino di questo straordinario argomento, farne maturare curiosità e interesse, magari invogliarlo a “saperne di più” spingendolo allo studio di un testo maggiormente organico e condurlo forse a misurarsi direttamente con la letteratura scientifica attuale (. . . l'appetito viene mangiando).

Se questo mio intento divulgativo avrà raggiunto qualcuno degli obiettivi prefissi, ne sarò ben soddisfatto.

Nicolò Pintacuda