Jacob Klein

DALLA FORMA AL SIMBOLO

La logistica greca e la nascita dell'algebra

a cura di
Iacopo Chiaravalli

postfazione di
Paolo Zellini

vai alla scheda del libro su www.edizioniets.com

Edizioni ETS

www.edizioniets.com

La traduzione dell'opera è stata realizzata grazie al contributo del SEPS
Segretariato Europeo per le Pubblicazioni Scientifiche

Via Val d'Aposa 7 - 40123 Bologna
seps@seps.it - www.seps.it

Traduzione di Jacopo Chiaravalli

Titolo originale:
"Die griechische Logistik und die Entstehung der Algebra"
in *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie un Physik*
Abteilung: B: Studien, vol. 3, n. 1 (1934), pp. 18-105 (parte I), e n. 2 (1936) pp. 122-135 (parte II)

Tradotto in italiano su licenza di Burt C. Hopkins

Edizioni ETS
Palazzo Roncioni - Lungarno Mediceo, 16, I-56127 Pisa
info@edizioniets.com
www.edizioniets.com

Distribuzione
Messaggerie Libri SPA
Sede legale: via G. Verdi 8 - 20090 Assago (MI)

Promozione
PDE PROMOZIONE SRL
via Zago 2/2 - 40128 Bologna

ISBN 978-884674904-8
ISSN 2532-3806

INTRODUZIONE
NOSTALGIA DEL CONCRETO: IL MODERNO DI JACOB KLEIN

[they] were forced to evade the issue of Being […],
precisely because they did nothing but talk of Being.
L. Strauss, *Restatement on Xenophon's Hiero*

1. Il sofista e lo storico[1]

È solo con enorme difficoltà che possiamo ricostruire i presupposti che mettono in movimento la macchina dimostrativa che anima *La logistica greca e la nascita dell'algebra*, prima e più importante opera di Jacob Klein (1899-1978), uscita in due parti, fra 1934 e 1936, sulla prestigiosa rivista *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik*. Infatti, se escludiamo la dissertazione dottorale discussa sotto la supervisione di Nicolai Hartmann nel 1922 dal titolo *Elemento logico ed elemento storico nella filosofia di Hegel*[2] e degli appunti presi al corso di Heidegger del semestre estivo marburghese del 1924[3], non è per il momento disponibile documentazione diretta fino a una lettera all'amico Gerhard Krüger del 12 aprile 1929[4].

Il Klein che ci troviamo di fronte fra la fine degli anni '20 e i primi anni '30

[1] Dove non diversamente indicato, tutte le traduzioni presenti in questa introduzione sono di chi scrive.

[2] La dissertazione dottorale di Klein è pubblicata in traduzione inglese come Jacob Klein, *The Logical and Historical Element in Hegel's Philosophy: Inaugural Dissertation for the attainement of the Degree of Doctor of the Philosophical Faculty at the University of Marburg*, (ed.) J. Veith, in *The New Yearbook for Phenomenology and Phenomenological Philosophy*, 12, 2012, pp. 243-285. Di tale dissertazione anni dopo Klein avrà a dire, con giudizio un po' troppo *tranchant*, che non valeva nemmeno la carta su cui era scritta (cfr. L. Strauss, J. Klein, *A Giving of Accounts: Jacob Klein and Leo Strauss*, in L. Strauss, *Jewish Philosophy and the Crisis of Modernity*, ed. by K.H. Green, State University of New York Press, Albany 1997, p. 458).

[3] Gli appunti di Klein sono stati utilizzati per redigere l'edizione critica del corso heieggeriano *Concetti fondamentali della filosofia aristotelica*, che occupa il volume XVIII della *Gesamtausgabe* di Heidegger edita da Klostermann. Gli appunti di Klein sono uno dei manoscritti tenuti in considerazione per la redazione e comprendono materiale sino alla pag. 191 del volume. Per indicazioni più dettagliate si veda la nota del curatore del volume: M. Michalski, *Nachwort des Herausgebers*, in M. Heidegger, *Grundbegriffe der aristotelischen Philosophie*, Vittorio Klostermann, Frankfurt am Main 2002, p. 410.

[4] Le lettere a Krüger sono state selezionate, trascritte e pubblicate nell'originale tedesco accompagnato da una traduzione inglese a cura di E. Patard con il titolo *Ausgewälte Briefe von Jacob Klein an Gerhard Krüger, 1929-1933*, in *The New Yearbook for Phenomenology and Phenomenological Philosophy*, 6, 2006, pp. 308-329.

(quindi in coincidenza con la stesura de *La logistica greca e la nascita dell'algebra*) è già saldo nella propria convinzione che la radice di quella *Selbstentfremdung des Menschen*[5] compiutasi nella contemporaneità sia da ricercare nel divorzio della tradizione moderna da quella antica. Qualsiasi tipo di questione, sia questa etica, politica, ontologica o epistemica, posta all'interno della cornice concettuale fornitaci dalla modernità sarà inevitabilmente impigliata in quel totale oscuramento della nozione portante che muoveva il domandare dei Greci, la φύσις[6]. Questa non esprimeva un'inerte e amorfa successione di oggetti naturali regolata da leggi, ma si costituiva come visibilità stessa dell'ἀγαθόν (il bene) nella forma della τάξις, dell'ordine, fra i suoi elementi:

> La condizione di possibilità della τάξις è il «bene», ordine è sempre buon ordine, ma la τάξις stessa è condizione di possibilità di ogni essere.
>
> Τάξις non ha niente a che fare con legalità, con «legge». Per un aspetto determinato ed essenziale la legge esclude l'ordine. Solo il corso del mutamento è legalmente «ordinato». Il disordine concreto del mondo è la condizione di possibilità della concezione di un mondo che muta secondo leggi. La legge non porta nessun ordine nell'uno-accanto-all'altro, ma solo nell'uno-dopo-l'altro. Al contrario, la τάξις è l'ordine dell'uno-accanto-all'altro, mentre il corso degli avvenimenti è abbastanza indifferente. (È dovuto a questo il predominio del τόπος sul χρόνος e la connessione, da un lato, tra τέλος e τόπος, dall'altro tra causa (efficiens) e tempus.)
>
> Da Galilei e Descartes in poi l'ordine viene così portato a un livello più alto. Esso concerne solo un «modo» dell'essente e non più l'essente stesso. E in tal modo il «bene» e l'«essere» non hanno più nessuna comunanza. Come mettere in comunicazione quel modo dell'essente con il bene? Questo è il problema moderno![7]

La totale frammentazione dell'individuo moderno, dovuta alla scissione fra il suo mondo quotidiano e i concetti che utilizza per comprenderlo, sono il frutto della trasformazione strutturale del concetto di natura, della dismissione della nozione di τάξις in favore della *lex naturae*. È l'ineluttabile abbandono della φύσις dovuto al paradigma della scienza galileiana a instillare i germi della crisi della modernità.

Questo richiamo fugace alla fisica di Galilei in corrispondenza di una diagnosi secondo cui a essa sarebbe imputabile la deriva del mondo contemporaneo non può che riportarci alla mente quei famosi passi della *Crisi delle scienze europee* in cui Husserl "descrive" il modo in cui la scienza galileiana si dà la forma di un metodo tecnico di comprensione del mondo della natura. Le analogie sono molte ed è bene soffermarvisi, tanto più che nel 1939 Klein ebbe modo di comporre un saggio

[5] J. Klein a G. Krüger ca. 1933, *op. cit.*, p. 327.

[6] Cfr. J. Klein a G. Krüger 14 marzo 1930, *op. cit.*, p. 316: "L'etica greca è una «fisica» della vita comunitaria dell'uomo nella πόλις e che vi sia un ἀγαθόν è tanto poco dubbio quanto *che vi sia un ἀγαθόν nella «natura»*. Il fatto che noi tracciamo quella celebre distinzione fra «essere» e «dover-essere» è una conseguenza della svolta *cristiana*. La scienza della natura del XVII secolo ha trasformato la «svalutazione» della natura intesa dal cristianesimo in una «neutralizzazione». Solo a partire da quel momento la natura si trova *al di qua* del bene e del male: un «essere neutrale». Perciò niente più εἶδος".

[7] J. Klein a G. Krüger ca. 1933, *op. cit.*, p. 326.

dal titolo *Phenomenology and the History of Science*[8], dedicato proprio ad alcuni di quei frammenti che costituiscono il testo odierno della *Crisi delle scienze europee e la filosofia trascendentale*[9]. Un saggio, questo, che ha avuto un destino del tutto particolare. Infatti, sin dalla traduzione inglese di Eva Brann di *La logistica greca e la nascita dell'algebra* si è guardato all'articolo sulla fenomenologia genetica come a una sorta di "dottrina del metodo" di cui il libro sull'algebra costituirebbe la messa in atto[10], facendo di Klein una sorta di "discepolo" dell'ultimo Husserl.

Tuttavia, mostrando di approvare il ritorno husserliano all'evidenza originaria, ai ῥιζώματα πάντων, Klein tralascia del tutto la cornice teorica all'interno della quale questo trovava la propria giustificazione. È sicuramente vero che anche per Husserl la scienza moderna sia strutturalmente in crisi, rappresentando una forma di sapere fondato sulla separazione di un mondo di qualità oggettive matematicamente misurabili e uno di cangianti qualità percettive, alienando così la soggettività da se stessa. La *Rückfrage* husserliana, però, non ha semplicemente il compito di tornare a un imprecisato "originario", bensì di mostrare come le originarie formazioni di senso che danno vita ai costrutti teorici della scienza siano frutto della soggettività trascendentalmente operante[11]. Solo in tal modo la fenomenologia trascendentale può farsi garante del rinnovamento spirituale dell'umanità europea. In sostanza, non si tratta di rifiutare la modernità, quanto di inverarne il programma, passando dal razionalismo cartesiano allo *Überrationalismus*[12] fenomenologico. In termini husserliani, Klein sposta completamente l'accento sul metodo

[8] J. Klein, *Phenomenology and the History of Science*, in M. Farber (ed.), *Philosophical Essays in Memory of Edmund Husserl*, Harvard University Press, Cambridge 1940, pp. 143-163. Ora pubblicato in J. Klein, *Lectures and Essays*, R.B. Williamson and E. Zuckerman, Saint John's Press, Annapolis 1985, pp. 65-84.

[9] Ciò che noi chiamiamo *La crisi delle scienze europee e la fenomenologia trascendentale* corrisponde a un insieme di testi preparati da Husserl fra il 1934 e il 1937 e solo parzialmente pubblicati prima della sua morte. Questi materiali sono stati raccolti nel 1954 da W. Biemel come volume VI delle *Gesammelte Werke* (= Hua.) di Husserl, all'epoca edite da Martinus Nijhoff. Della *messe* di materiale che forma la *Crisi* Klein aveva a disposizione solo la sezione uscita sul primo numero della rivista *Philosophia* nel 1936 a Belgrado (corrispondente circa ai primi 27 paragrafi dell'odierna *Crisi*, cioè Hua. VI, pp. 1-104) e il testo noto come *L'origine della geometria*, risalente al 1936 e pubblicato per la prima volta da E. Fink con il titolo *Die Frage nach dem Urprung der Geometrie als intentionalhistorisches Problem* nella *Revue Internationale de Philosophie*, 1 (2), 1939, pp. 203-225 (oggi edito in Hua. VI, pp. 365-386).

[10] È in base a tale interpretazione che E. Brann traduce il tedesco *Begrifflichkeit* con l'inglese *intentionality*; cfr. J. Klein, *Greek Mathematical Tought and the Origin of Algebra*, Dover 1992 [MIT Press, 1966], p. 118. Nonostante mostri a più riprese di non condividere la resa *intentionality*, anche B.C. Hopkins si lascia guidare dall'implicita connessione istituita da Brann fra Klein e Husserl, tanto da aver dedicato l'unica monografia al momento esistente su Klein proprio al suo rapporto con Husserl. Cfr. B.C. Hopkins, *The Origin of the Logic of Symbolic Mathematics. Edmund Husserl and Jacob Klein*, Indiana University Press, Bloomington-Indianapolis 2011.

[11] Sul rapporto fra scienze e mondo della vita ha scritto pagine degne di nota D. Manca in *Esperienza della ragione. Hegel e Husserl in dialogo*, Edizioni ETS, Pisa 2016.

[12] E. Husserl a L. Lévy-Bruhl 11 marzo 1935, in E. Husserl, *Briefwechsel*, Husserliana Dokumenta III, hrsg. von K. Schuhmann in Verbindung mit E. Schuhmann, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht-Boston-London 1994, Bd. VII, p. 164.

§ I

INTRODUZIONE. PROPOSITI E PIANO DELLA RICERCA[i]

La creazione di un linguaggio matematico fatto di formule ha avuto un significato decisivo per la costituzione della moderna scienza matematica della natura. Se però si considera tale rappresentazione "simbolica" come un semplice ausilio, di cui la conoscenza della natura si serve per esprimere nel modo più semplice ed esatto possibile i suoi contenuti, si misconoscono sia il senso di questa simbologia sia, in generale, il metodo specifico delle discipline scientifico-naturali. Certo, nel XVII e XVIII secolo è ancora possibile esprimere e trasmettere le conoscenze riguardanti la connessione "naturale" delle cose senza usare la matematica, ma già allora – e in realtà proprio allora – soltanto la forma matematica, il *mos geometricus*, ha garantito l'attendibilità e la certezza di tali conoscenze. Dopo tre secoli di intensa elaborazione è divenuto del tutto impossibile separare il *contenuto* della fisica matematica dalla sua *forma*. Il fatto che l'esposizione elementare delle conoscenze fisiche diffusa ancora oggi sia in parte indipendente dalla matematica, il fatto che essa si riferisca all'"intuizione" immediata e che i suoi concetti portanti vengano apparentemente ottenuti senza alcun presupposto, non può trarre in inganno sul fatto che è impossibile (e di principio è sempre stato impossibile) cogliere il senso di queste conoscenze indipendentemente dalla loro rappresentazione matematica. Da ciò derivano anche le irrimediabili difficoltà in cui si involve la discussione delle teorie fisiche moderne quando sia fisici che non fisici cercano di fare a meno dell'apparato matematico e di illustrare i risultati della ricerca "in modo divulgativo". Questo stretto intreccio fra il linguaggio formale della matematica e il senso delle conoscenze ottenute grazie alla scienza matematica della natura si fonda sul peculiare tipo di concettualità che accompagna la scienza moderna come tale e che è stato di portata fondamentale per la sua edificazione.

Prima di inoltrarsi nella discussione dei problemi che la fisica matematica si trova oggi a fronteggiare, è quindi necessario analizzare una buona volta la nascita e la struttura concettuale di questo linguaggio formale. Pertanto, il presente lavoro mette completamente da parte la questione su come si debba intendere la connessione interna tra matematica e fisica, tra "teoria" ed "esperimento", tra "sistematica" ed "empiria" nell'ambito della fisica matematica. Esso ha solo il ristretto compito di rendere di nuovo visibili le fonti della nostra *matematica* simbolica moderna, che sono oggi quasi del tutto sepolte. Questo però senza mai perdere di vista quella prima questione, che all'interno della *fisica* matematica si trova in diretta connessione con le difficoltà concettuali odierne. A prescindere quindi da quanto i suoi sviluppi possano spingersi lontano, è questo l'autentico tema del presente lavoro e ciò che ne condiziona continuamente la problematica.

La creazione di un linguaggio matematico fatto di formule coincide con la fondazione dell'algebra moderna. Dal XIII fino alla metà del XVI secolo la scienza araba dell'"algebra" (al-g'abr wa'l-muqābala) viene recepita in Occidente sotto forma di una teoria delle equazioni, che probabilmente è a sua volta alimentata sia da fonti indiane sia greche[1]. Per ciò che concerne queste ultime non è da misconoscere il particolare influsso che l'*Aritmetica* di *Diofanto*[2] ha avuto sul contenuto e, soprattutto, sulla forma della scienza araba – se non già in Muḥammad ibn Mūsā al-Khwārizmī stesso[ii], in ogni caso, sicuramente a partire dal X secolo[3]. Mentre, specialmente in Italia, la dottrina delle equazioni trasmessa dagli arabi all'Occidente veniva ulteriormente elaborata, l'opera stessa di Diofanto comincia a diffondersi nel testo originale e a far avvertire i suoi effetti già dal XV secolo. Ma soltanto nell'ultimo quarto del XVI secolo *Viète* amplia e modifica in modo decisivo la dottrina e la tecnica di Diofanto, divenendo così l'autentico fondatore della matematica moderna.

In realtà, le comuni esposizioni della storia di questa origine non trascurano l'importanza da attribuire alla ricezione della matematica greca nel XVI secolo. Ma, senza alcuna eccezione, presuppongono come qualcosa di completamente scontato il *dato di fatto* della matematica simbolica. Esse non rendono conto a sufficienza del *tipo* di trasformazione concettuale che ha luogo con tale ricezione della matematica greca e che solo così rende possibile la simbologia moderna. E c'è di più: è prevalentemente attraverso quest'ultima che si cerca di comprendere anche la matematica greca, come se si trattasse di una "forma" completamente esteriore che può rivestire qualsiasi contenuto si voglia. E persino lì dove una comprensione genuina della scienza greca costituisce la meta ideale, la ricerca è intrapresa a partire da un piano concettuale che è condizionato sin dall'inizio – e proprio nei concetti fondamentali – dal modo moderno di pensare. Prescinderne quanto più possibile deve essere la prima preoccupazione della nostra impresa.

Non si tratta, quindi, di giudicare la ricezione della matematica greca nel XVI secolo a partire dai suoi risultati, ma di *osservarla nel suo effettivo svolgimento*. Proprio nell'assimilazione e trasformazione della tecnica diofantea da parte di Viète ci troviamo di fronte a un pezzo della saldatura, per così dire, con la quale la "nuova" scienza è legata a quella antica. Tuttavia, per poter chiarificare nei suoi

1 Si veda J. Ruska, *Zur ältesten arabischen Algebra und Rechnenkunst*, *Sitz.-Ber. der Heidelb. Akad. d. W., Philos.-hist. Kl.*, 1917, Abh., in particolare pp. 35, 49, 60 sg., 69 sg., 104, 109 sg., 113 sg. Rimane aperta la questione se le fonti indiane non rimandino a loro volta di nuovo o a fonti greche o anche a fonti orientali più antiche.

2 Gli scritti oggi perduti di *Anatolio* (terzo secolo d.C.) sembrano aver rappresentato un'altra fonte greca. Cfr. Tannery, *Zeitschrift f. Math. und Phys., Hist.-Lit. Abt.* XXXVII, 1892, pp. 41 sgg. e *Mémoires scientifiques* II 428 sgg., IV 275 sgg.

3 Cfr. Ruska, *op. cit.*, pp. 38 e 63.

tratti essenziali questa acquisizione e questa trasformazione, dobbiamo considerare in primo luogo l'opera di Diofanto *dal punto di vista dei suoi specifici presupposti*. Solo successivamente potremo andare a separare l'*Ars analytice* di Viète dal suo fondamento greco e, in tal modo, rendere visibile la trasformazione concettuale di cui è espressione.

Pertanto, l'*Aritmetica* di *Diofanto* deve essere inserita nel quadro generale della scienza greco-ellenistica a cui appartiene, qualsiasi sia la preistoria che le si voglia attribuire. Questo ci condurrà a istituire un confronto diretto tra le sue basi e quelle della letteratura "aritmetica" neoplatonica che ne costituisce lo sfondo, senza però che sia possibile includerla nelle sue definizioni. I capitoli dal 2 al 4 sono dedicati a un'indagine della classificazione delle scienze matematiche nei neoplatonici, la quale si rifà alle corrispondenti distinzioni presenti nello stesso *Platone*, senza, però, esservi identiche. La divisione neoplatonica della conoscenza numerica in "aritmetica teorica" e "logistica pratica" (tecnica di calcolo) non permette di assegnare una posizione chiara alla "teoria dei rapporti e delle proporzioni" che, invece, sembra coincidere con quella "logistica teorica" postulata da Platone, la quale ricopre, rispetto alla "logistica pratica", un ruolo simile a quello svolto dall'"aritmetica teorica" rispetto all'"aritmetica pratica". Sia l'"aritmetica teorica" sia la "logistica teorica" si differenziano dalle corrispondenti tecniche pratiche per il fatto di avere a che fare non con cose sensibilmente percepibili, ma con "pure" unità in sé *indivisibili*, completamente omogenee fra di loro e che, in quanto tali, possono essere apprese solo dall'intelletto. Entrambe le discipline teoriche nascono l'una direttamente dal *contare* concreto e l'altra direttamente dal *calcolare*, cioè dal mettere-in-relazione i numeri gli uni con gli altri, e il loro compito è quello di riportare tali attività "pratiche" ai loro autentici presupposti. Dai commentari neoplatonici alle definizioni platoniche di aritmetica e logistica presenti nel *Carmide* e nel *Gorgia* è possibile ricavare che, a tal proposito, l'aritmetica avrebbe di mira le "specie" (εἴδη) dei numeri, mentre la logistica la loro "materia" (ὕλη).

Che l'appello platonico per una logistica teorica come analogo noetico e presupposto di qualsiasi tecnica di calcolo non trovi seguito nei neoplatonici si spiega fondamentalmente – come deve mostrare il capitolo 5 – con quell'indivisibilità che era proprietà specifica delle monadi noetiche: in questo modo non può essere giustificato quell'utilizzo di *parti frazionarie* delle unità di calcolo che è inevitabile nelle operazioni. A ciò si aggiunge la trasformazione della teoria dei rapporti in una teoria *generale* delle proporzioni, dovuta alla scoperta delle grandezze incommensurabili. Un fatto, questo, che conduce ben oltre l'ambito dello studio dei numeri.

Tuttavia, le difficoltà derivanti dall'istanza platonica di una logistica teorica possono essere pienamente comprese solo se si rivolge lo sguardo alle basi ontologiche che determinarono tale concezione. Ciò richiede in primo luogo una chiarificazione di principio del concetto di "numero" (ἀριθμός) e del modo in cui è posto a fondamento di ogni comprensione greca dell'aritmetica e della logistica. È possibile mostrare (cap. 6) come "numero" (ἀριθμός) non significhi *mai* altro che:

NOTE DEL CURATORE

§ 1. Introduzione. Propositi e piano della ricerca

[i] Nella traduzione inglese l'opera è introdotta da una breve nota dell'autore:

"Questo studio è stato originariamente scritto in tedesco e pubblicato in Germania in un momento piuttosto turbolento. Se lo scrivessi oggi, il vocabolario sarebbe meno "accademico" e il cambiamento dal modo di pensare antico a quello moderno sarebbe visto in una prospettiva più ampia.

Alcuni dei riferimenti sarebbero potuti essere aggiornati e resi più accessibili al lettore inglese, ma ciò avrebbe comportato un lavoro sproporzionato alla sua utilità. Comunque, alcune aggiunte ai riferimenti così come qualche piccola modifica nel testo sono state fatte dalla traduttrice e da me.

Jacob Klein

St. John's College
Annapolis, Maryland
Novembre 1966".

[ii] Abū Ja'far Muḥammad ibn Mūsā al-Khwārizmī è stato un matematico, astronomo e geografo persiano (ca. 780-850 d.C.). È comunemente riconosciuto come il padre dell'algebra, cui contribuì con il suo fondamentale *al-Kitāb al-mukhtaṣar fī ḥisāb al-jabr wa al-muqābala* (conosciuto anche più semplicemente come *Kitāb al-jabr wa al-muqābala*, cioè *Libro di algebra e di almuqābala*) composto tra l'813 e l'820 d.C. Oltre al testo di algebra gli sono attribuiti anche i due libri che formavano il *Libro sull'addizione e la sottrazione* e il *Libro sul calcolo indiano*. Entrambi questi testi sono andati perduti, ma il secondo ha avuto una certa fortuna in Occidente grazie a una sua prima traduzione latina dal titolo *De numero indorum* (anch'essa andata perduta) e ad alcune versioni rimaneggiate note come *Algorismi latini*, da cui deriva il nostro termine "algoritmo". Il *Kitāb al-jabr wa al-muqābala* propone una serie di tecniche per risolvere problemi riconducibili a equazioni di primo e di secondo grado. Quella che noi oggi chiamiamo incognita viene indicata da Al-Khwārizmī con il termine *al-shay*, "cosa" o "radice", termine che in teologia indicava un'esistenza sicura ancora da determinarsi. La seconda potenza dell'incognita viene indicata con il termine a noi ancora famigliare di "quadrato". Nel linguaggio del *Kitāb* un'equazione come $x^2 + x = c$ si esprimerebbe come "un quadrato più una cosa è uguale a un numero".

Il testo di Al-Khwārizmī ebbe un grande successo in Occidente grazie soprattutto alla traduzione realizzatane da Gerardo da Cremona a Toledo nel XII secolo, tanto da informare tutto il linguaggio matematico latino sino a Viète. Ad esempio, nel *General trattato de numeri et misure* del 1556 Tartaglia utilizza ancora l'espressione "regola della cosa" a indicare il calcolo algebrico. Per un'esposizione del contesto storico e culturale in cui è potuto fiorire il lavoro di Al-Khwārizmī si veda D. Gutas, *Pensiero greco e cultura araba*, a cura di C. D'Ancona Costa, trad. it. di C. Martini Bonadeo, Einaudi, Torino, 2002. Un'introduzione alla matematica islamica e alla prima diffusione dell'algebra in Occidente si può trovare in L. Catastini, F. Ghione, R. Rashed, *Algebra. Origini e sviluppo tra mondo arabo e mondo latino*, Carocci editore, Roma, 2016, volume impreziosito dalla prima traduzione italiana del *Kitāb al-jabr wa al-muqābala* a cura di L. Catastini. Per un'analisi più approfondita cfr. R. Rasched, *Classical Mathematics from Al-Khwārizmī to Descartes*, Routledge, 2014.

[iii] Nell'edizione inglese quest'ultima frase è leggermente modificata: "Si mostrerà come questa trasformazione prenderà la sua forma caratteristica con Stevin, Descartes e Wallis".

§ 2. La contrapposizione fra logistica e aritmetica nei neoplatonici

[i] Proclo di Licia (o di Costantinopoli, o Diadoco, 410/412 - 485 d.C.) è stato uno dei massimi rappresentanti del neoplatonismo, nonché uno degli ultimi diadochi della Scuola di Atene prima della sua chiusura nel 529 d.C. su ordine di Giustiniano. A lui si devono molti commenti ad alcuni dei dialoghi platonici più importanti come la *Repubblica*, il *Timeo*, il *Cratilo* e l'*Acibiade primo*. L'influenza della filosofia di Proclo e della sua comprensione di Platone e Plotino è stata di importanza incalcolabile per lo sviluppo della filosofia occidentale. Basti pensare che i suoi *Elementi di teologia* furono compendiati e tradotti in arabo, andando a costituire quello che più tardi i latini avrebbero denominato *Liber de causis*, oggetto di numerosi commenti e fonte fondamentale sia per la filosofia islamica che per la scolastica latina.

Insieme al capillare lavoro di commento ai testi platonici, Proclo commentò anche il primo libro degli *Elementi* di Euclide. L'importanza del commento di Proclo a Euclide è inestimabile. Come Klein stesso mostrerà nel capitolo 11 la traduzione e diffusione del commentario al primo libro degli *Elementi* concorrerà in modo decisivo alla creazione dell'idea moderna di una scienza matematica generale, la cosiddetta *mathesis universalis*. Inoltre, esso costituisce, insieme ad Aristotele e ai suoi commentatori, una delle nostre fonti principali sulla geometria pre-euclidea e sul dibattito che la diffusione degli *Elementi* nel mondo alessandrino aveva suscitato. Infatti, nella seconda parte del prologo che aveva il compito di introdurre al commento puntuale delle proposizioni euclidee, Proclo riporta un lungo frammento tratto da Gemino (che, a sua volta, stava probabilmente citando un'opera di un allievo di Aristotele: Eudemo) in cui viene descritto lo sviluppo della geometria dalla sua origine sino alla stesura dell'opera di Euclide. Dopodiché, l'autore degli *Elementi* viene descritto come un fervente seguace della filosofia platonica. Prova ne sarebbe, a dire di Proclo, che il XIII libro degli *Elementi* (l'ultimo di certa origine euclidea) tratta i cinque poliedri regolari del *Timeo* (tetraedo, esaedro, ottaedro, dodecaedro e icosaedro).

A mia conoscenza, di Proclo sono disponibili in traduzione italiana: *Commento al I libro degli «Elementi» di Euclide*, a cura di M. Timpanaro-Cardini, Giardini editore, Pisa 1978; *I Manuali*, a cura di C. Faraggiana di Sarzana, Rusconi, Milano 1985 (questo testo contiene: *Elementi di fisica*, *Elementi di teologia*, i testi magico-teurgici e la *Vita di Proclo* di Marino di Napoli); *Tria Opuscola*, a cura di F.D. Paparella, Bompiani, Milano 2004; *Commento alla «Repubblica» di Platone*, a cura di M. Abbate, Bompiani, Milano 2004; *Teologia platonica*, a cura di M. Abbate, Bompiani, Milano 2005; *Commentario all'«Alcibiade primo» di Platone*, in F. Filippi, *L'immaginario e il simbolico nell'uomo. Il commentario all'«Alcibiade primo» di Platone*, Vita e pensiero, Milano 2012, pp. 171-562; *Commento al «Cratilo» di Platone*, a cura di M. Abbate, Bompiani, Milano 2017. Sul rapporto fra filosofia e matematica in Proclo si vedano S. Breton, *Philosophie et mathématique chez Proclus*, Beauchesne, Paris 1969; A. Charles-Saget, *L'Architecture du divin: mathématique et philosophie chez Plotin et Proclus*, Les Belles Lettres, Paris 1982; I. Mueller, *Mathematics and Philosophy in Proclus' Commentary of Book I of Euclid's Elements*, in *Proclus lecteur et interprète des anciens*, (eds.) J. Pépin et H.D. Saffrey, CNRS Editions, Paris 1987, pp. 305-318 e la più recente collettanea, *Le commentaire de Proclus au I livre des Elements* d'Euclide, (éd.) A. Lernould, Presses universitaires du Septentrion, Lille 2010. Per quanto riguarda l'impatto del commento a Euclide sulla cultura del Rinascimento e il ruolo da esso svolto nella formazione dell'idea della *mathesis universalis* cfr. G. Crapulli, *Mathesis universalis. Genesi di un'idea nel XVI secolo*, Edizioni dell'Ateneo, Roma 1969 e D. Rabouin, *Mathesis universalis. L'idée de «mathématique universelle» d'Aristote à Descartes*, P.U.F., Paris 2009 (quest'ultimo testo fornisce un'interpretazione radicalmente ed esplicitamente alternativa a quella avanzata da Klein nel presente lavoro).

[ii] Gemino (ca. I secolo a.C.) fu matematico e astronomo. L'unica sua opera giunta sino a noi è un trattato elementare di cosmografia intitolato *Introduzione ai fenomeni* e scambiato a lungo per un'introduzione ai *Fenomeni* di Arato (III secolo a.C.). Dalla sua opera perduta, citata da Pappo, *Sulla classificazione delle matematiche* Proclo ha tratto il celebre catalogo dei geometri presente nel prologo del commento al primo libro di Euclide. Su Gemino si veda P.-H. Michel, *De Pythagore à Euclide. Contribution à l'histoire des mathématiques préeuclidiennes*, Les Belles Lettres, Paris 1950, pp. 102-105.

[iii] Erone di Alessandria è stato ingegnere, architetto e matematico ad Alessandria d'Egitto. Sui suoi estremi biografici vi è grande incertezza. Klein lo fa contemporaneo di Diofanto intorno alla seconda metà del II secolo (d.C.). La sua abilità nelle materie meccaniche e nella "matematica pratica" gli valse il soprannome ὁ μηχανικός: "il meccanico". Della sua opera più celebre, la *Metrica*, è recentemente apparsa una nuova edizione critica con traduzione francese: Heron d'Alexandrie, *Metrica. Introduction, text critique, traducion et notes de commentaire*, (eds.) F. Acerbi et B. Vitrac, Fabrizio Serra Editore, Pisa-Roma2014. Per un inquadramento storico della scienza e ingegneria alessandrina si veda l'ampio e stimolante affresco in L. Russo, *La rivoluzione dimenticata*, Feltrinelli, Milano 1996.

[iv] Olimpiodoro (VI secolo d.C.) filosofo neoplatonico autore di innumerevoli commenti ai dialoghi platonici e alle opere aristoteliche.

[v] Teone di Smirne (da non confondere con Teone di Alessandria, su cui cfr. n. v § 10), fu un filosofo neoplatonico ed esegeta platonico vissuto a Smirne nel II secolo d.C., la cui unica opera giunta sino a noi è nota con il titolo latino di *Expositio rerum mathematicarum ad legendum Platonem utilium* (*Esposizione delle conoscenze matematiche utili alla lettura di Platone*). Dal 2012 è disponibile una traduzione italiana commentata del testo: Teone di Smirne, *Expositio rerum mathematicarum ad legendum Platonem utilium*, introduzione, traduzione e commento di F.M. Petrucci, Academia Verlag, 2012.

[vi] Nicomaco di Gerasa fu filosofo e matematico neoplatonico e neopitagorico (è una delle fonti di Giamblico per la rinascita pitagorica in età imperiale). Secondo le approfondite ricerche condotte da W. Haase in *Untersuchungen zur Nikomachos von Gerasa*, Grässer & Boscolo, Karlsruhe 1982, Nicomaco sarebbe da collocare cronologicamente fra il primo quarto del I secolo d.C. e il terzo quarto del II seolo d.C. (quindi ca. dal 25 al 175 d.C.) e geograficamente nella città di Gerasa in Arabia (e non in Giudea). L'opera di Nicomaco a noi giunta si compone dell'*Introduzione aritmetica*, un *Manuale di armonia* in dodici capitoli e alcune sezioni dei suoi libri di *Teologia aritmetica.* L'*Introduzione aritmetica*, oltre a essere uno dei testi chiave per comprendere l'aritmetica del neopitagorismo e del neoplatonismo, ha costituto anche la base del *De arithmetica* di Boezio che per lo più ne è una traduzione. Nel capitolo III dell'*Introduzione* Nicomaco distingue le discipline matematiche fra l'aritmetica (che si occupa della quantità in sé e per sé), la musica (che si occupa della quantità in relazione ad altro), la geometria (che si occupa dell'estensione immobile) e la sferica (che si occupa dell'estensione in movimento e in rivoluzione). Tramite la mediazione di Boezio, questa quadripartizione si è trasformata nel celebre *quadrivium* (aritmetica, geometria, musica e astronomia) che sarà la base dell'insegnamento delle discipline matematiche per gran parte del Medioevo.

Del testo di Nicomaco sono disponibili una versione inglese, *Nicomacus of Gerasa. Introduction to Arithmetic*, trans. By L.M. D'Ooge, with essays on greek arithmetic by F.E. Robbins and L.C. Karpinski, New York 1926, e una (migliore) versione francese: Nicomaque de

POSTFAZIONE

di Paolo Zellini

Il trattato di Jacob Klein sulle origini dell'algebra moderna, *Die griechische Logistik und die Entstehung der Algebra* (1934-1936), apparso in inglese nel 1968 col titolo *Greek mathematical Thought and the Origin of Algebra*, è giustamente celebre e prezioso per chiunque voglia comprendere la genesi e lo sviluppo delle idee che hanno ispirato i matematici sia antichi sia moderni. Come ha ricordato in tempi più recenti Reviel Netz, quel trattato rimane ancora il migliore strumento per analizzare la differenza tra matematica antica e moderna. Una differenza certo evidentissima, che balza subito agli occhi di chi getti un solo sguardo a un testo di Euclide o di Archimede, da una parte, e a una pagina di calcoli algebrici di François Viète o di Isaac Newton dall'altra. Una differenza essenziale sta sicuramente nell'uso del calcolo letterale, essenzialmente ignorato dagli antichi e introdotto da Viète all'alba del XVII secolo. Altre differenze sono meno evidenti ma non meno importanti. I calcoli moderni sono pure la conseguenza di un graduale spostamento dell'idea stessa di *numero*, dell'ἀριθμός greco – che era sempre un numero intero positivo diverso da 1 – verso un concetto più astratto e generale, che comprende, tra gli altri, i numeri razionali (le frazioni o i rapporti tra interi), i numeri irrazionali e i numeri complessi.

Nell'analizzare i possibili significati di ἀριθμός, in confronto al calcolo letterale e alle possibili accezioni moderne di numero, Klein coglie una differenza radicale: la matematica greca si riferiva direttamente ai numeri 2, 3, 4, … come a oggetti assoluti, strumenti del contare ma anche entità eidetiche, cioè dotate di forma, come nel caso dei numeri geometrici dell'aritmetica pitagorica. Nel calcolo moderno prevalgono invece simboli come n, k, a, A, x, suscettibili di denotare non solo i numeri interi positivi 2, 3, 4, …, ma pure entità di diversa specie, come numeri irrazionali, insiemi e polinomi, con cui si può operare mediante regole che generalizzano l'ordinaria aritmetica. A questo riguardo Netz diceva che per Klein la matematica e la scienza antica sono basate su un'ontologia del primo ordine, mentre la matematica e la scienza moderne hanno adottato un'ontologia del secondo ordine.

Concentrandosi sui diversi modi di pensare il numero nel corso dei secoli, Jacob Klein traccia così una storia relativamente astratta e comparativa delle *idee* che avrebbero dominato nell'antichità greca e nella scienza moderna. L'evidenza di un distacco tra la concezione greca e quella moderna di numero, come pure il diverso modo di concepire la natura dei problemi matematici e delle loro soluzioni, diventano allora, per Klein, il principale criterio per studiare i motivi e le circostanze da cui avrebbe avuto origine, nel '600, il moderno calcolo algebrico.

Diverse questioni rimangono tuttavia aperte. Che cosa ha realmente prodotto, storicamente, quel cambiamento di idee e di paradigma? Quanto ha influito, per lo sviluppo dell'algebra, l'esplicito richiamo – ad esempio da parte di Viète – delle tecniche di ragionamento analitico che risalgono a Platone, a Euclide, ad Archimede o a Pappo di Alessandria? E quanto sono stati decisivi, per lo spostamento di paradigma conoscitivo, la stessa prassi matematica e lo stesso ruolo esercitato da particolari tecniche di risoluzione di problemi algebrici e geometrici? Quanto insomma avrebbe influito la *natura specifica* dei problemi trattati nel profilarsi di una scienza algebrica?[1]

Alla matematica greca, assimilata dalla scienza araba e commisurata con i calcoli del periodo vedico e babilonese penetrati nella regione mediterranea nei secoli di dominazione islamica (a cominciare dal VII secolo), si potrebbero certo attribuire potenzialità di sviluppo in una direzione che avrebbe portato alla nascita dell'algebra e dell'analisi moderne. Ma non si trattò solo di vaghe combinazioni, di generici intrecci di orientamenti, di competenze e conoscenze complementari provenienti da diverse tradizioni scientifiche. Le ragioni del cambiamento dipesero anche dalla conoscenza e dall'uso sistematico di singole e particolari procedure. Nella matematica antica queste procedure trovavano di solito un supporto intuitivo in determinate costruzioni della geometria piana e solida, ma l'origine dell'algebra dipese dal fatto che esse si prestavano ad essere concepite anche senza l'aiuto di supporti immaginativi, e che potevano applicarsi non solo a singoli casi, ma a intere classi di problemi. La nascita dell'algebra moderna consistette in buona parte nel *prolungamento algebrico e analitico* di operazioni elementari della geometria greca e del calcolo mesopotamico; operazioni dipendenti, in particolare, dal modo in cui semplici figure geometriche, come il quadrato o il cubo, potevano essere ingrandite senza mutare la loro forma. Le stesse costruzioni preposte all'ingrandimento delle figure erano in grado di suggerire, se non di imporre, una loro generalizzazione algebrica.

Per spiegare certi mutamenti giova rifarsi anche a specifiche osservazioni di filosofi e scienziati sulla natura della creazione matematica e sull'evidenza, all'interno della dinamica inventiva, della complessa relazione che la libertà di creare nuovi concetti intrattiene con le condizioni di realizzabilità imposte dagli stessi procedimenti del calcolo. Sono spesso impercettibili spostamenti di lettura del significato delle formule a determinare o a impedire certi sviluppi del sapere, e sono comunque le formule stesse, in larga misura, a suggerirli. Grandi rivoluzioni concettuali dipendono spesso da minimi cambiamenti di interpretazione di semplici costruzioni geometriche o di singole, elementari, formule algebriche.

[1] A porsi analoghe domande è pure R. Netz, *The Transformation of Mathematics in the Early Mediterranean World*, Cambridge University Press, 2004, pp. 1-10.

Sul potere che hanno le stesse formule matematiche di suggerire nuove teorie, una capacità che si direbbe di natura ermetica, esistono peraltro numerose testimonianze. Friedrich Waismann (1896-1959) osservava che nell'algoritmo matematico sembra celarsi una forza autonoma, che ci spinge nostro malgrado, fino a imporre l'introduzione di concetti che il matematico non saprebbe subito, da solo, accettare o riconoscere. Questo fu il caso, ricorda Waismann, dei numeri immaginari. Felix Klein aveva spiegato, da parte sua, che i numeri immaginari avevano seguito la loro strada, senza la ratifica e perfino in opposizione alle aspettative e alle intenzioni dei matematici, e che solo col tempo era emersa la loro utilità per virtù, si direbbe, di una loro dinamica intrinseca. Wittgenstein insistette sul carattere relativamente periferico del lavoro intellettuale, sul fatto che la mano avanza, per così dire, all'insaputa del cervello. Nella ricerca scientifica si eseguono calcoli e si azzardano definizioni, egli notava, di cui non sappiamo comprendere sul momento tutti i significati e tutta l'importanza. Avanziamo, quasi automaticamente e senza uno scopo preciso, in conformità ai procedimenti del pensiero che conosciamo e che abbiamo appreso, e solo a posteriori siamo in grado di vagliare il senso di quanto abbiamo elaborato. Stephen Cole Kleene (1909-1994) rammentava come nacque l'idea del λ-calcolo, un formalismo utile a definire il concetto di algoritmo, durante il suo apprendistato con Alonzo Church, tramite una serie interminabile di esempi, di tentativi e di prove empiriche che si disponevano inizialmente, come si può immaginare, senza piano né scopo, e che solo a posteriori, per una sorta di proprio automatismo, poterono organizzarsi in una teoria organica e compiuta[2].

In modo analogo, a rendere possibile e a promuovere lo sviluppo dell'algebra furono automatismi basati su schemi di vecchia concezione, ma progressivamente disponibili, grazie all'incontro di diverse conoscenze e tradizioni, a forme rivoluzionarie di generalizzazione e a una imprevedibile potenza applicativa. Decisive furono le affinità tra le costruzioni della geometria greca e specifiche procedure del calcolo vedico e babilonese riprese, nel medioevo, dalla matematica araba. Come dimostra Jacob Klein, a ereditare le conseguenze e le potenzialità di sviluppo di queste singolari affinità furono sicuramente, accanto a René Descartes e a John Wallis, François Viète e Simon Stevin.

Un merito particolare di Viète fu di estendere il metodo analitico degli antichi fino a riassumerlo e a consolidarlo nei procedimenti di costruzione di un'equazione algebrica (un polinomio eguagliato a zero), e fino a elaborare una strategia generale di risoluzione numerica di equazioni algebriche di grado arbitrario. Sulla strategia elaborata da Viète si sarebbero poi basati i metodi più efficienti di Newton e di Joseph Raphson (1648-1715 circa) nel corso del '600, e i successivi perfezionamenti dovuti a Thomas Simpson, Jean Baptiste Fourier e a Joseph Louis

[2] S. C. Kleene, *The Theory of Recursive Functions Appoaching its Centeìnnial*, in «Bulletin of the American Mathematical Society», 5, 1981, pp. 43-60.

INDICE

DIALECTICA

figure del pensiero filosofico

L'elenco completo delle pubblicazioni
è consultabile sul sito

www.edizioniets.com

alla pagina

http://www.edizioniets.com/view-Collana.asp?col=Dialectica.%20Figure%20del%20pensiero%20filosofico

Pubblicazioni recenti

5. Jacob Klein, *Dalla forma al simbolo. La logistica greca e la nascita dell'algebra*, a cura di Iacopo Chiaravalli, postfazione di Paolo Zellini, 2018, pp. 256 .
4. Georg Wilhelm Friedrich Hegel, *Lezioni sulla logica (1831)*, traduzione italiana di Guido Frilli, 2018, pp. 176.
3. Nicolas de Warren, *Husserl e la promessa del tempo. La soggettività nella fenomenologia trascendentale*, traduzione italiana di Stefano Vincini, 2017, pp. 276.
2. Danilo Manca, *Esperienza della ragione. Hegel e Husserl in dialogo*, 2016, pp. 212.
1. Stanley Rosen, *La questione dell'Essere. Un capovolgimento di Heidegger*, traduzione italiana di Guido Frilli, 2016, pp. 308.

Edizioni ETS
Palazzo Roncioni - Lungarno Mediceo, 16, I-56127 Pisa
info@edizioniets.com - www.edizioniets.com
Finito di stampare nel mese di settembre 2018