

Luigi E. Picasso

# Lezioni sui Fondamenti della Meccanica Quantistica

*corso semestrale per matematici et al.*

***vai alla scheda del libro su [www.edizioniets.com](http://www.edizioniets.com)***

Edizioni ETS



[www.edizioniets.com](http://www.edizioniets.com)

© Copyright 2017

Edizioni ETS

Piazza Carrara, 16-19, I-56126 Pisa

[info@edizioniets.com](mailto:info@edizioniets.com)

[www.edizioniets.com](http://www.edizioniets.com)

*Distribuzione*

Messaggerie Libri SPA

Sede legale: via G. Verdi 8 - 20090 Assago (MI)

*Promozione*

PDE PROMOZIONE SRL

via Zago 2/2 - 40128 Bologna

ISBN 978-884674772-3

---

## Prefazione

Come chiarirò fra poco, questo non è un libro sui problemi matematici della meccanica quantistica, ma sui principi fisici che ne sono alla base. Nasce dalle lezioni che io, fisico, ho tenuto per diversi anni agli studenti di matematica: un corso semestrale che, sebbene non facesse parte dei piani di studio ‘canonici’, è sempre stato seguito da molti studenti e anche da giovani ricercatori: era molto gratificante notare come la giovane generazione di matematici fosse interessata ad un argomento estraneo al loro “curriculum studiorum”. Dopotutto è giusto e comprensibile che chi aspira a diventare uno scienziato sia curioso di conoscere quali sono, oggi, i concetti che servono per capire il mondo in cui viviamo (e forse anche l’universo): anche se la storia ci ha insegnato che la “teoria definitiva” non esiste, purtuttavia la meccanica quantistica (cioè i suoi principi), dopo circa un secolo dalla sua nascita è ancora valida.

È noto che nella meccanica quantistica la matematica gioca un ruolo importante e che la tentazione, specie quando viene insegnata ai matematici, sia quella di lasciarsi prendere la mano dagli aspetti matematici (una forma di ‘captatio benevolentiae’?): ho sempre messo bene in chiaro che non era mia intenzione soffermarmi sui molti (interessanti, oltre che importanti) problemi come, per esempio, quelli universalmente conosciuti come ‘domain problems’, importanti per dimostrare che questo o quell’altro operatore è autoaggiunto (piuttosto che semplicemente simmetrico): naturalmente dell’esistenza di questi problemi ne ho fatto menzione agli studenti, ma non più di questo. Come fisico, posso (forse) insegnare fisica, ma non la matematica ai matematici!

Il programma, pensato per un corso di un solo semestre, consisteva nell’esposizione e discussione dei principi della meccanica quantistica: partendo dal principio di sovrapposizione venivano toccati solo gli argomenti necessari e sufficienti per concludere con il principio di Pauli cioè, in ordine inverso, lo spin dell’elettrone, il momento angolare, e così via. Tutto ciò preceduto da un capitolo dove brevemente (e anche in maniera incompleta) sono esposti alcuni dei fatti che hanno determinato la nascita della meccanica quantistica. L’ultimo capitolo non faceva parte del programma del corso anche se, talvolta, è stato oggetto di animata discussione nel corso dell’ultima lezione.

Il mio obiettivo era che gli studenti imparassero “ciò che dovevano ricordare anche dopo dieci anni”: solo per dare un esempio, ovviamente dovrebbero ricordarsi che gli autovalori del momento angolare possono essere sia multipli interi che semidispari di  $\hbar$  (e che per un dato sistema si realizza solo una delle due possibilità), ma non pretendo che si ricordino come si arriva a questo risultato, anche se, ovviamente a lezione è stato presentato in dettaglio.

Questo libro è basato sulla suddetta esperienza; le applicazioni sono, per cause di forza maggiore, ridotte al minimo, ma ci sono alcuni problemi, quelli che venivano discussi con gli studenti durante le lezioni: si tratta di problemi che toccano punti importanti, e anche cruciali (per non dire controversi, come ad esempio quelli alla fine del capitolo 5), della meccanica quantistica. Sono presi dal libro scritto con E. d’Emilio “Problemi di Meccanica Quantistica

(con soluzioni)” (ETS-Pisa, 2011). Lo scrivemmo per i fisici quando insegnavo ai matematici, per cui alcuni problemi nacquero proprio perché ritenevo che fossero adatti per una discussione in aula.

Questo libro riprende, in alcune parti, le “Lezioni di Meccanica Quantistica” (ETS-Pisa 2008) che scrissi per i fisici (e questo, mi perdonino i fisici, spiega la presenza di tante affermazioni che per i matematici sono fin troppo ovvie): in quella occasione ho beneficiato dei suggerimenti e consigli dell’amico e collega Emilio d’Emilio. Quindi, anche se indirettamente, la sua collaborazione si riflette anche su questo libro e anche in questa occasione gli esprimo tutta la mia gratitudine.

P.S. Anche se questo libro è stato scritto per i matematici, non è detto che non possa essere utile anche ai fisici... .

Pisa, febbraio 2017

---

# Indice

<b>1</b>	<b>Dalla Crisi della Fisica Classica alle Ipotesi di Bohr</b>	
1.1	Introduzione	1
1.2	Il Problema delle Dimensioni e della Stabilità degli Atomi	1
1.3	Il Problema delle Righe Spettrali	3
1.4	Difficoltà Connesse con i Calori Specifici	4
1.5	L'Effetto Fotoelettrico	5
1.6	I Fotoni	7
1.7	L'Effetto Compton	9
1.8	Le Ipotesi di Bohr e i Livelli Energetici dell'Atomo di Idrogeno	9
<b>2</b>	<b>Introduzione ai Postulati della Meccanica Quantistica</b>	
2.1	Introduzione	15
2.2	L'Interferometro di Mach e Zehnder	16
2.3	Esperimenti di Interferenza con Singole Particelle	17
2.4	Descrizione degli Stati di Polarizzazione di un Fotone	21
2.5	Discussione degli Esperimenti con il Polaroid	23
2.6	Misure Compatibili e Misure Incompatibili. Il Principio di Indeterminazione di Heisenberg	27
2.7	Problemi	30
<b>3</b>	<b>I Postulati della Meccanica Quantistica</b>	
3.1	Il Principio di Sovrapposizione	33
3.2	Le Osservabili	35
3.3	Probabilità di Transizione	37
3.4	Conseguenze e Postulato di von Neumann	39
3.5	Operatori Associati alle Osservabili	42
3.6	Proprietà degli Operatori Associati alle Osservabili	44
3.7	Un Breve Intermezzo Matematico	46
3.8	Valori Medi	48
3.9	Stati Puri e Miscele Statistiche	50
3.10	Osservabili Compatibili	53
3.11	Relazioni di Indeterminazione	57
3.12	Postulato di Quantizzazione	58
3.13	Problemi	61
<b>4</b>	<b>L'Oscillatore Armonico</b>	
4.1	Positività degli Autovalori dell'Energia	65
4.2	I Livelli Energetici dell'Oscillatore Armonico	67
4.3	La Rappresentazione delle Osservabili	70

<b>5</b>	<b>Rappresentazioni</b>	
5.1	Introduzione	73
5.2	Rappresentazioni su $\ell_2$	74
5.3	Trasformazioni Unitarie e il Teorema di von Neumann	75
5.4	Lo Spettro degli Operatori $q$ e $p$ . L'Operatore di Traslazione	78
5.5	Le Rappresentazioni di Schrödinger e degli Impulsi	80
5.6	Interpretazione Fisica della Rappresentazione di Schrödinger	83
5.7	Le $q$ e le $p$ come Osservabili	85
5.8	L'Oscillatore Armonico in Rappresentazione di Schrödinger	87
5.9	Il Collasso della Funzione d'Onda. Problemi	90
<b>6</b>	<b>Evoluzione Temporale</b>	
6.1	L'Evoluzione Temporale nello Schema di Schrödinger	95
6.2	L'Evoluzione Temporale nello Schema di Heisenberg	100
6.3	Il Limite Classico della Meccanica Quantistica	103
<b>7</b>	<b>Il Momento Angolare</b>	
7.1	Il Momento Angolare: Regole di Commutazione	107
7.2	Il Momento Angolare: Autovalori	110
7.3	Il Gruppo delle Rotazioni: $SO(3)$ o $SU(2)$ ?	113
7.4	Il Momento Angolare Orbitale	116
<b>8</b>	<b>Simmetrie e Degenerazione</b>	
8.1	Rappresentazioni di Gruppi e Degenerazione	119
8.2	La Degenerazione dei Livelli dell'Atomo di Idrogeno	120
<b>9</b>	<b>Lo Spin e il Principio di Pauli</b>	
9.1	Lo Spin dell'Elettrone	123
9.2	Prodotto Tensoriale di Spazi di Hilbert	125
9.3	Il Principio di Esclusione di Pauli	128
<b>10</b>	<b>I Paradossi della Meccanica Quantistica</b>	
10.1	Introduzione	133
10.2	La Scatola di de Broglie	134
10.3	Il Gatto di Schrödinger	136
10.4	Cos'è una Misura?	137
10.5	Il Paradosso di Einstein–Podolsky–Rosen	138
10.6	Il Teorema di Bell	140
	<b>Appendice - Valori Numerici delle Costanti</b>	143
	<b>Indice Analitico</b>	145

# Capitolo 1

---

## Dalla Crisi della Fisica Classica alle Ipotesi di Bohr

### 1.1 Introduzione

Dedichiamo questo capitolo ad una breve esposizione di alcuni fenomeni che non trovavano spiegazione nell'ambito della fisica classica.

Ci limiteremo ad una discussione di carattere qualitativo poiché lo scopo di questo capitolo è solo quello di mettere l'accento sul fatto che ogni nuova teoria trae le sue origini dai limiti di quelle che l'hanno preceduta. Un'altra ragione è che questo libro non è stato pensato per gli studenti di fisica, per cui sarebbe inopportuno indugiare su cose che devono far parte del bagaglio culturale di uno studente di fisica, ma non necessariamente di un matematico. Così, per esempio, il teorema di equipartizione dell'energia non verrà dimostrato, e neppure presentato nella sua formulazione più generale; il problema della radiazione di corpo nero, che è stato quello che più di ogni altro attirò l'attenzione di Planck prima e di Einstein poi, non verrà neppure menzionato.

Ma forse l'argomento più convincente è che questo libro è pensato per un corso semestrale e il tempo a disposizione è a mala pena sufficiente per quello che è l'obiettivo del corso.

### 1.2 Il Problema delle Dimensioni e della Stabilità degli Atomi

La fisica classica, che comprende sia la teoria Newtoniana che l'elettromagnetismo, ha mostrato i suoi limiti quando si è scontrata con fatti al di fuori dei campi sui quali era stata fondata: velocità maggiori di quelle dei pianeti (e in questo caso è stata sostituita dalla teoria della relatività), oggetti microscopici, come atomi e molecole, e in questo caso è stata superata dalla meccanica quantistica.

Nel cercare di spiegare la struttura degli atomi si sono presentati subito due problemi. Il primo riguarda le dimensioni degli atomi: era noto che tutti gli atomi, anche di elementi diversi, avevano dimensioni dell'ordine di  $10^{-8}$  cm. Questa grandezza, molto usata in fisica atomica, viene indicata con Å, dal nome del fisico svedese A.J. Ångström (1814 – 1874):

$$1 \text{ \AA} \equiv 10^{-8} \text{ cm} .$$

Il problema è questo: cosa determina queste dimensioni? La stessa domanda si pone per le molecole e per le distanze fra i piani reticolari nei cristalli.

In che senso questo è un problema? Il punto è che le forze che determinano il moto degli elettroni negli atomi o le posizioni degli atomi nei cristalli sono di natura elettromagnetica come la forza di Coulomb fra cariche elettriche e la forza di Lorentz fra cariche in movimento. Ora, immaginiamo di avere un gran numero di ioni sodio ( $\text{Na}^+$ ) e di ioni cloro ( $\text{Cl}^-$ ): se la temperatura non è troppo alta, questi ioni non si combinano in modo da formare molecole di cloruro di sodio ( $\text{NaCl}$ ) libere, ma invece si dispongono in posizioni regolari come nella figura 1.1, formando un cristallo nel quale le distanze fra gli ioni, e quindi fra i piani reticolari, hanno ben precisi valori. Cosa determina queste distanze?

Da un punto di vista formale, nelle equazioni ( $\vec{F} = m\vec{a}$ ) che (in approssimazione non relativistica) determinano la dinamica degli ioni (come pure il moto degli elettroni attorno al nucleo) e quindi anche le loro posizioni di equilibrio, entrano come parametri solo la carica  $e$  e la massa  $m_e$  degli elettroni: la soluzione del problema sarà complicata, ma se, indipendentemente dalle condizioni iniziali, ci devono essere delle dimensioni privilegiate per il sistema, come la distanza fra gli ioni  $\text{Na}^+$  e  $\text{Cl}^-$  nelle loro posizioni di equilibrio nel cristallo, queste devono essere funzioni solo di  $e$  e di  $m_e$ . Il fatto è che in termini di  $e$  e di  $m_e$  soltanto non si può costruire nessuna grandezza che abbia le dimensioni di una lunghezza. Se prendiamo in considerazione le correzioni relativistiche (ma negli atomi più leggeri la velocità degli elettroni è solo dell'ordine di  $1/100$  della velocità della luce  $c$ ), allora nelle equazioni del moto interviene anche  $c$ , ed ora è possibile costruire una grandezza con le dimensioni di una lunghezza, il cosiddetto *raggio classico dell'elettrone*  $r_e$ : siccome

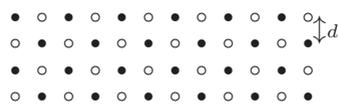


Fig. 1.1

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C} = 4.8 \times 10^{-10} \text{ ues (unità elettrostatiche)}$$

$$m_e = 0.9 \times 10^{-27} \text{ g}, \quad e \quad c = 3 \times 10^{10} \text{ cm/s}$$

e sfruttando il fatto che tanto  $e^2/r$  che  $m_e c^2$  hanno le dimensioni di una energia, si ha

$$r_e = \frac{e^2}{m_e c^2} \simeq 2.8 \times 10^{-13} \text{ cm}$$

che ha le dimensioni di una lunghezza, ma questa lunghezza è troppo piccola per poter essere di qualche utilità per spiegare dimensioni di ben 5 ordini di grandezza maggiori.

La conclusione è che nella fisica classica manca una grandezza fondamentale che abbia le dimensioni di una lunghezza e sia dell'ordine di qualche ångström (il problema sarà risolto nella meccanica quantistica grazie all'introduzione di una nuova grandezza fondamentale, la costante di Planck).

Il secondo problema riguarda la stabilità degli atomi ed è noto come *il problema del collasso per irraggiamento* e si manifesta quando si tratta l'emissione di radiazione elettromagnetica da parte di un atomo secondo le leggi dell'elettrodinamica classica.

È noto che una carica accelerata irraggia, emette cioè onde elettromagnetiche, perdendo in tal modo energia. Questo dovrebbe accadere anche agli elettroni di un atomo, i quali perderebbero energia fino a fermarsi nell'unica configurazione di equilibrio che è quella in cui gli elettroni sono collassati sul nucleo. Ne segue che le dimensioni stabili degli atomi sarebbero quelle nucleari, cioè circa  $10^{-13}$  cm. Il tempo che impiegherebbero gli elettroni per raggiungere questa condizione partendo da una distanza di circa 1 Å sarebbe dell'ordine di  $10^{-10}$  s, in evidente contrasto proprio con la nostra esistenza.

### 1.3 Il Problema delle Righe Spettrali

Ogni sostanza può emettere o assorbire solo onde elettromagnetiche di frequenze ben determinate (*righe spettrali*), caratteristiche della sostanza stessa. Le frequenze che una sostanza può assorbire costituiscono il suo *spettro di assorbimento*, quelle che può emettere costituiscono lo *spettro di emissione*. Noi ci occuperemo principalmente degli spettri di sostanze gassose e di vapori.

Un dispositivo per ottenere gli spettri di emissione e di assorbimento di una sostanza è schematizzato in figura 1.2: su una cella contenente il gas o il vapore in esame si fa incidere luce bianca; uno spettrografo, schematizzato dal prisma  $P_1$ , scompone nelle sue componenti monocromatiche la luce trasmessa dal gas e questa viene raccolta sulla lastra fotografica  $L_1$ . Su di essa sarà evidente una illuminazione uniforme (dovuta allo spettro continuo della luce trasmessa dal gas) interrotta da righe scure in corrispondenza alle frequenze assorbite dal gas. Queste righe scure costituiscono quindi lo spettro di assorbimento. Per ottenere invece lo spettro di emissione occorre fornire in qualche modo energia al gas, che la riemetterà sotto forma di radiazione elettromagnetica. Ciò si ottiene in vari modi, per esempio riscaldando la sostanza alla fiamma, oppure provocando in essa una scarica elettrica (arco), o ancora inviando luce sulla sostanza, come in figura 1.2. Riferendoci per semplicità a quest'ultimo sistema di eccitazione del gas o vapore, se vogliamo analizzare la luce emessa dalla nostra sostanza, effettueremo le nostre osservazioni in una direzione ortogonale a quella della luce incidente, per non essere da questa disturbati: il prisma  $P_2$  scompone la radiazione emessa dal gas e questa viene raccolta sulla lastra  $L_2$ . Su  $L_2$  saranno evidenti, su un fondo scuro, delle righe luminose in corrispondenza alle frequenze emesse dal gas. Queste righe costituiscono lo spettro di emissione. Una prima cosa che si nota è che gli spettri di emissione e di assorbimento di una stessa sostanza sono diversi: quello di emissione è più ricco di quello di assorbimento, e si ritrovano in esso tutte le righe di assorbimento. Se poi la radiazione incidente ha uno spettro di frequenze  $\nu$  maggiori di un certo  $\bar{\nu}$ , è possibile osservare nello spettro di emissione anche righe corrispondenti a frequenze minori di  $\bar{\nu}$ .

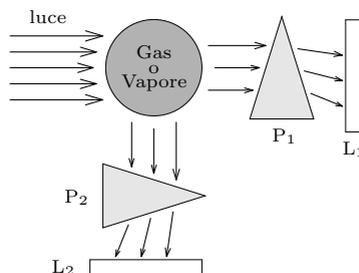


Fig. 1.2

Lo *spettro di emissione* è una caratteristica del tipo di atomo o molecola considerati ed è indipendente dal trattamento subito dal gas: una specie di carta d'identità dell'atomo che permette di individuarne la presenza in una sostanza mediante l'analisi spettrale. Emblematico è il caso dell'elio (He): nel 1868, durante un'eclissi, l'astronomo P.J.C. Jansen individuò nella radiazione emessa dalla corona solare una riga spettrale non attribuibile a nessuno degli elementi noti (l'elio, abbondante nell'universo, è piuttosto scarso sulla Terra), per cui ipotizzò l'esistenza sul Sole di un nuovo elemento: di qui il nome.

Secondo l'elettromagnetismo classico l'emissione di onde di data frequenza richiede che il momento di dipolo del sistema che emette vari nel tempo con legge armonica. Ora, un atomo ha un numero finito di gradi di libertà, quindi gli eventuali 'modi normali' dell'atomo (moti degli elettroni per i quali il momento di dipolo del sistema varia con legge armonica) sono anch'essi in numero finito; anzi, nel caso di atomi leggeri come l'idrogeno, l'elio o il litio, sono dell'ordine dell'unità, mentre invece anche gli spettri di questi atomi (come per gli atomi più pesanti) sono

## Appendice

---

### Valori Numerici delle Costanti

Ångstrom	Å	$10^{-8}$ cm
Elettronvolt	eV	$1.6 \times 10^{-12}$ erg
Velocità della luce	$c$	$3 \times 10^{10}$ cm/s
Carica elementare	$e$	$4.8 \times 10^{-10}$ ues = $1.6 \times 10^{-19}$ C
Massa dell'elettrone	$m_e$	$0.91 \times 10^{-27}$ g = $0.51$ MeV/ $c^2$
Massa dell'idrogeno	$m_H$	$1.7 \times 10^{-24}$ g = $939$ MeV/ $c^2$
Costante di Planck	$h$	$6.6 \times 10^{-27}$ erg s = $4.1 \times 10^{-15}$ eV s
Costante di Planck ridotta	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	$1.05 \times 10^{-27}$ erg s = $0.66 \times 10^{-15}$ eV s
Costante di Boltzmann	$k_B$	$1.38 \times 10^{-16}$ erg/K $\simeq \frac{1}{12000}$ eV/K
Numero di Avogadro	$N_A$	$6.03 \times 10^{23}$ mol $^{-1}$
Costante di struttura fine	$\alpha = \frac{e^2}{\hbar c}$	$7.297 \times 10^{-3} \simeq \frac{1}{137}$
Raggio di Bohr	$a_B = \frac{\hbar^2}{m_e e^2}$	$0.53$ Å = $0.53 \times 10^{-8}$ cm
Magnetone di Bohr	$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e c}$	$0.93 \times 10^{-20}$ erg/G = $5.8 \times 10^{-9}$ eV/G
Costante di Rydberg	$R_\infty = \frac{e^2}{2a_B \hbar c}$	$109737$ cm $^{-1}$
Lunghezza d'onda Compton	$\lambda_c = \frac{\hbar}{m_e c}$	$0.024$ Å
Raggio classico dell'elettrone	$r_e = \frac{e^2}{m_e c^2}$	$2.8 \times 10^{-13}$ cm
Unità di energia atomica	$\frac{e^2}{a_B} = \alpha^2 m_e c^2$	$27.2$ eV
È utile sapere che	$h c$	$12400$ eV Å

---

## Indice analitico

- Ångström (Å: unità di lunghezza), 1, 143
- Armoniche sferiche, 117
  - ( $l = 0, 1$ ), 117
  - in coordinate cartesiane, 118
- Asse ottico, 23
- Atomo/i
  - Alcalini, 125
  - doppietti, 124, 125
  - elio, 10
  - energia di seconda ionizzazione, 13
  - idrogeno, 11
  - idrogenoidi, 10, 12
- Autofunzione, 83
- Autospazio, 41
- Autostato, 36
- Autovalore, 35, 45
- Autovettore, 36, 45
- Avogadro (numero), 4, 143
  
- Balmer (serie), 12
- Bell, 133
  - diseguaglianze, 141
  - teorema, 141
- Bohm–Aharonov
  - paradosso, 139
- Bohr, 15, 133
  - Sommerfeld, 11
  - ipotesi, 9–11
  - raggio, 11, 143
- Boltzmann
  - costante, 4, 143
- Born, 15, 84, 133
- Bosoni, 130
- Bremstrahlung (radiazione di), 8
  
- Calore specifico dei solidi, 4
- $c$ -numero, 58
- Commutatore, 55
- Completezza (relazione di), 47
- Compton, *vedi* Effetto
  - lunghezza d'onda, 9, 143
- Copenhagen
  - interpretazione, 15, 27, 133
- Corpo nero, 1
- Costante
  - dei gas, 4, 143
  - del moto, 100
  - di Boltzmann, 4, 143
  - di Planck, 7, 143
- de Broglie
  - lunghezza d'onda, 31
  - paradosso, 134
- Degenerazione
  - grado di, 41
- Densità, *vedi* Probabilità
- Dirac, 15
  - notazione, 34
- Dulong–Petit (legge di), 4
  
- Effetto
  - Compton, 9
  - fotoelettrico, 5
  - Zeeman, 123
    - anomalo, 123
    - normale, 123
- Einstein, 7, 27, 133
  - calori specifici, 4
  - paradosso EPR, 138
- Elettrone
  - massa, 2, 143
  - ottico, 125
  - raggio classico, 2, 143
- Elettronvolt (eV: unità di energia), 6, 143
  
- Fase (Fattore di), 22
- Fermioni, 130
- Fotoelettrico, *vedi* Effetto
  - leggi, 5, 7
- Fotoni
  - relazione energia/frequenza, 7

- stati di polarizzazione, 22
- Fourier serie, 39
- Funzione d'onda, 81
- Gruppo abeliano, 120
- Heisenberg, 28
  - equazioni del moto, 101
  - microscopio, 28
  - principio di indeterminazione, 29
- Hermite
  - polinomi, 89
- Hilbert spazio, 33
  - prodotto tensore, 126
- Idrogeno
  - energia di ionizzazione, 12
  - livelli energetici, 11
    - degenerazione, 120
  - massa, 11, 143
  - raggio, 11, 143
  - spettro, 12
- Indeterminazione, *vedi* Heisenberg, Robertson
- Integrale di scambio, 132
- Irriducibile, *vedi* Rappresentazione
- Lavoro (o energia) di estrazione, 6
- Legge
  - Dulong–Petit, 4
  - Malus, 23, 38
- Lenz (vettore di), 120
- Lyman (serie), 12
- Malus (Legge di), 23, 38
- Miscela statistica, 50
- Momento angolare, 107
  - intrinseco (spin), 124
  - orbitale, 116
  - totale, 125
- Momento magnetico
  - intrinseco, 124
  - orbitale, 123
- Nucleo, 2
- Operatore, 43
  - di creazione; distruzione, 70
  - di rotazione, 108, 113
  - dell'elettrone, 125
  - infinitesima, 108
  - di salita, 68
  - di scambio, 129
  - di traslazione, 79
  - hermitiano, 44
  - scalare, 110
  - unitario, 75
- Oscillatore armonico
  - funzioni d'onda, 89
  - isotropo, 120
  - livelli energetici, 69
- Osservabile/i
  - compatibili, 53
  - insieme completo, 56
  - degenerare, 36
- Pacchetto d'onda, 103
- Paschen (serie), 12
- Pauli
  - principio, 130
  - spin, 123
- Planck, 7
  - costante, 7, 143
  - ridotta, 11, 143
- Probabilità
  - densità, 84
  - di transizione, 37
- Punti di inversione, 90
- Radiazione
  - di frenamento (bremsstrahlung), 8
  - di corpo nero, 7
- Raggio, 22
  - ordinario, 25
  - straordinario, 25
- Rappresentazione
  - degli impulsi, 81
  - di Schrödinger, 81
  - irriducibile, 70
  - riducibile, 70
- Righe spettrali, 3
- Robertson
  - relazioni di indeterminazione, 57
- Schrödinger
  - equazione, 82
  - dipendente dal tempo, 97
  - paradosso, 136
  - rappresentazione, 81
- Serie
  - Balmer, 12

- Lyman, 12
- Paschen, 12
- Spettro, 3
  - assorbimento, 3
  - continuo, 79
  - emissione, 3
  - idrogeno, 12
  - visibile, 7
- Stati
  - antisimmetrici, 127, 129
  - di minima indeterminazione, 61, 67
  - di singoletto, 128
  - di tripletto, 128
  - 'entangled', 126
  - fattorizzati, 126
  - puri, 50
  - simmetrici, 127, 129
  - stazionari, 97
- Teorema
  - Bargmann, 115
  - Bell, 141
  - di degenerazione, 119
  - di equipartizione dell'energia, 4
  - di oscillazione, 89
  - Stone, 96
  - von Neumann, 77
- Trasformazione
  - canonica, 60, 76
  - di inversione spaziale, 89
  - unitaria, 76
- Variabili nascoste, 27, 140
- Varianza, *vedi* Indeterminazione
- Varianza (o scarto quadratico medio), 49
- Vita media, 91
- von Neumann, *vedi* Teorema
  - postulato, 37, 42

Edizioni ETS  
Piazza Carrara, 16-19, I-56126 Pisa  
info@edizioniets.com - www.edizioniets.com  
Finito di stampare nel mese di febbraio 2017