

Duccio Pianigiani

Una guida ai risultati
di incompletezza
di Kurt Gödel



EDIZIONI ETS



www.edizioniets.com

*Questo volume è stato pubblicato con il contributo del
Dipartimento di Filosofia e Scienze Sociali dell'Università di Siena
per pubblicazioni e stampe e con i fondi PAR Servizi 2007.*

© Copyright 2008

EDIZIONI ETS

Piazza Carrara, 16-19, I-56126 Pisa

info@edizioniets.com

www.edizioniets.com

Distribuzione

PDE, Via Tevere 54, I-50019 Sesto Fiorentino [Firenze]

ISBN 978-884672085-6

INDICE

1	Chiarire la natura dell'infinito	7
1.1	Idee fondamentali della nuova assiomatica	7
1.2	Le proprietà metateoriche dei sistemi assiomatici	17
1.3	Matematica e metamatematica: il programma di David Hilbert	29
2	Incompletezza e incomputabilità	39
2.1	La tesi Church-Turing	39
2.2	Insiemi ricorsivi e insiemi ricorsivamente enumerabili	51
2.3	Diagonalizzazione e incomputabilità	57
3	Inesauribilità della verità: il primo teorema	63
3.1	Dimostrabilità vs. verità: il fenomeno dell'incompletezza	63
3.2	Aritmetica formale e definibilità delle funzioni	76
3.3	La prova costruttiva: il primo teorema nei dettagli	86
4	Indimostrabilità della consistenza: il secondo teorema	103
4.1	La formalizzazione della consistenza	103
4.2	Progressioni ed inesauribilità della matematica	115
4.3	Prove di consistenza	119
5	Alcuni sviluppi successivi	127
5.1	Enunciati matematici indecidibili: Ercole e l'Idra	127
5.2	Dimostrabilità e interpretabilità relativa: i teoremi di Solovay	138
5.3	Chaitin: caso, incompletezza e informazione	158
6	Aspetti filosofici della riflessione di Gödel	167
6.1	Problemi assolutamente indecidibili e la natura della mente	167
6.2	Lo sviluppo della concezione filosofica di Kurt Gödel	175
6.3	Il "programma di Gödel"	186

7	Appendici: strumenti basilari di logica	195
7.1	Appendice A: breve sguardo al “paradiso di Cantor”	195
7.2	Appendice B: il paradosso di Russell	205
7.3	Appendice C: logica del prim'ordine e non solo	209
	Bibliografia	223