

Prefazione

La scienza algoritmica

In una descrizione censoria riferita all'anno 1330, Giovanni Villani scriveva nella sua *Cronica* [XI, 94]:

Troviamo diligentemente in questi tempi [...] d'avere in Firenze da novantamila bocche tra uomini e femmine e fanciulli, per l'avviso del pane che bisognava al continuo alla città [...] ragionavasi avere continui nella città da millecinquecento uomini forestieri e viandanti e soldati; non contando, nella somma de' cittadini, religiosi e frati e monache rinchiusi [...]. Troviamo ch'e fanciulli, e fanciulle, che stanno a leggere, da otto a dieci mila; i fanciulli che stanno ad imparare l'abbaco e algorismo in sei scuole, da mille a milledugento; e quegli che stanno ad apprendere la grammatica e loica in quattro grandi scuole, da cinquecentocinquanta in seicento.

Abbaco e algorismo; e più di mille ragazzi a studiarli su meno di centomila persone. Oggi, con maggiore concretezza e minore eleganza, si dice «hardware» e «software», e l'interesse per questi temi non è inferiore ad allora.

La «Cronica» segna probabilmente la prima apparizione in italiano del termine «algoritmo» in un contesto importante. Derivato dalla forma latina medievale «algorismus» per assonanza con il nome del matematico persiano Al-Khuwarizmi, il termine ha assunto un significato preciso nella matematica del Novecento, ed è il protagonista assoluto di questo volumetto. Parleremo infatti di come gli algoritmi nascano e si sviluppino, saldando il

sapere comune al pensiero matematico. E poiché una conoscenza esatta del termine è ancor oggi patrimonio esclusivo di chi si occupa per professione di informatica o di matematica, spiegheremo subito di che si tratta.

Informalmente un algoritmo è la specificazione dei *passi* con cui si risolve un problema di natura arbitraria utilizzando gli strumenti disponibili e le regole per usarli. Di questi tempi un algoritmo è in genere redatto in forma di *programma* per un calcolatore, e il problema da risolvere è tratto dal mondo della tecnica o dell'amministrazione; ma il calcolatore potrebbe essere qualsiasi altro meccanismo o animale (incluso naturalmente l'uomo), e il programma una sequenza di azioni che esso è chiamato a eseguire per raggiungere un determinato scopo. Si impone per definizione che ogni passo dell'algoritmo richieda tempo finito; tuttavia l'algoritmo nel suo complesso potrebbe non terminare se, in alcune circostanze, cioè per alcuni *dati* del problema, uno o più passi dovessero essere ripetuti un numero illimitato di volte. Noi accetteremo solo algoritmi che terminano e ci preoccuperemo di valutare e ridurre per quanto possibile la durata dell'esecuzione: in questo contesto, se due algoritmi risolvono lo stesso problema, è da preferire quello che esegue meno passi indipendentemente da qualsiasi proprietà estetica. Così per esempio:

- 1/fai a caso un giro del Quartiere Latino sorridendo ai passanti;
- 2/fermati quando incontri l'anima gemella, altrimenti ricomincia dal passo precedente;

è un algoritmo assai grazioso che ha buone probabilità di terminare in breve tempo, ma potrebbe anche non terminare.

L'algoritmo alternativo:

- 1/ferma tutti i passanti all'incrocio tra Rue des Écoles e Boulevard St-Michel;
- 2/rinuncia se non hai incontrato l'anima gemella tra mezzogiorno e le due;

è molto meno elegante ma termina sempre.

La scienza degli algoritmi, o *algoritmica* come si dice oggi, è nata dalla logica matematica per avvalorare certi risultati «negativi»: come vedremo esistono problemi ben posti ma irrisolubili, e per dimostrare questo fatto i matematici hanno dovuto prima definire rigorosamente cosa sia un algoritmo di soluzione, quindi mostrare che quei problemi non ne ammettono alcuno. Con la diffusione dei calcolatori l'algoritmica ha poi assunto importanza crescente fino a divenire uno degli assi portanti dell'informatica contemporanea, e si è focalizzata sullo studio di algoritmi efficienti. Ciò può apparire strano perché la disponibilità di macchine sempre più potenti dovrebbe progressivamente cancellare la preoccupazione di impiegarle con la massima efficienza; ma un motivo molto importante, che avremo modo di chiarire nel seguito, ha spinto nella direzione opposta: un algoritmo progettato male può richiedere un tempo incredibilmente elevato su calcolatori di qualsiasi potenza rendendone vano l'impiego.

Benché la formalizzazione degli algoritmi sia molto recente, l'uomo si è sempre adoperato a organizzare le proprie azioni secondo criteri opportuni: in questo senso gli algoritmi hanno avuto un posto importante nel sapere comune dalle origini della civiltà, molto prima di approdare nella matematica. Lo stesso fenomeno è d'altra par-

te avvenuto in tutte le scienze. Con la profondità che ha accompagnato tutta la sua opera Ernst Mach affermava che «il pensiero scientifico deriva dal pensiero comune del popolo». E invero l'integrazione tra pensiero scientifico e pensiero comune è molto forte nell'algoritmica, anche se forse nessuno si è soffermato su questo aspetto (lo stesso Mach fece solo qualche accenno al calcolo, ma ai suoi tempi la scienza algoritmica non era ancora nata). Noi muoveremo in questa direzione senza pretesa di rafforzare le ipotesi sullo sviluppo del pensiero scientifico o di inserirci in un dibattito filosofico, ma per condurre i lettori attraverso un territorio ostico ai forestieri. Lungo il cammino incontreremo fatti di storia e d'antropologia, di letteratura e di logica, che s'intersecano e si sovrappongono all'algoritmica matematica. E per chiarezza dedicheremo i capitoli del testo ai concetti su cui si basa questa disciplina, con qualche estrapolazione fantastica verso la fine.

Veniamo così alle ragioni per cui abbiamo scritto queste pagine. Innegabilmente per divertimento: d'altra parte abbiamo tante volte integrato le nostre lezioni sugli algoritmi con esempi anticonvenzionali che raccogliarli era quasi un dovere. Tuttavia dietro una presentazione molto spesso scherzosa sta il desiderio di rendere comprensibile il nostro campo di studio al lettore curioso di temi scientifici, senza annoiarlo troppo. Ci sentiamo in questo umili seguaci del matematico G.H. Hardy che nella sua *Mathematician's Apology* afferma a proposito delle presentazioni accademiche (non vogliamo sciupare la frase con una traduzione):

No one should ever be bored. One can be horrified, or disgusted, but one can't be bored.