

Marco Maestro

Scienza e Capitalismo

Edizioni ETS

© Copyright 2017
Marco Maestro

ISBN 978-884674974-1

Indice

Prefazione	iii
I Prima Parte	1
1 La “Macchina” di Newton	3
1.1 La Luna, la Terra (il Sole) e il Pendolo	5
1.2 Oltre la Luna (Pianeti e satelliti . . . per buon peso)	14
1.3 Altra fisica, stesso Newton	15
2 Ancora a giro per i cieli	21
2.1 I “Perturbatori della Quietè”	21
2.2 Da “sasso nella scarpa” a “brillante della corona” (ovvero: una lunga disputa per pochi centesimi)	35
3 In un mondo tutto diverso?	49
3.1 Un salto qualitativo	49
3.2 Comportamenti collettivi	61
3.3 Scoperta di una nuova “creatura”	71
II Seconda Parte	79
4 L’“ala di Newton”	81
4.1 Gli attori	82
4.2 Le modalità di azione	89
4.3 Una possibile risposta	93
5 La “Pratica”	103
5.1 Ancora Newton (ma per poco)	103
5.2 Le pratiche di un gruppetto di “pratici”	109

6	Storia di Teorie e/o Teorie della Storia	131
6.1	Anatomia, Astronomia...	133
6.2	Prezzi di cose preziose	143
6.3	La rivoluzione contro “Il Capitale”	152
6.4	Civetterie di un “non marxista”	156
6.5	Una ricerca di purezza; abbastanza deludente.	184
7	Dalla Finanza di Impresa alle imprese della finanza	199
7.1	Breve riflessione sulla moneta	199
7.2	Il grande sviluppo	202
7.3	La finanza di impresa	206
7.4	Due casi “sospetti”	218
III	Terza Parte	221
8	(Ri)considerazioni	223
8.1	Come funziona la Fisica	223
8.2	Il resto	231
9	... Come poi è andata (non però “a finire”)	237
9.1	Inquietudini e insoddisfazioni di uomini di scienza	240
9.2	...E quelle comuni a (quasi) tutti gli altri	263
9.3	Poche frasi	302
10	Una postfazione e molti ringraziamenti. Dedicà	307
10.1	Postfazione	307
10.2	Ringraziamenti	314
	Bibliografia	319

Prefazione

Il presente testo svolge alcune considerazioni su quelli che potrebbero venir definiti un insieme (o serie) di orientamenti ideali e mentali e di scelte operative concrete che hanno rappresentato un importante sviluppo nella cultura e generato conseguenze di largo impatto sociale di lunga durata. La necessità di (o, almeno, una giustificabile preferenza per) un titolo sintetico porta con sé l'obbligo di un chiarimento preliminare, Il fuoco e la prima parte delle considerazioni che vengono svolte si riferiscono a fatti che si situano in un ambiente geografico molto limitato e determinato e in un periodo storico pure relativamente breve: l'Inghilterra tra la metà del XVII secolo e la metà del seguente.

Di certi "modi di operare" (o di pensare) si seguiranno (mediante esempi) alcuni sviluppi nei due secoli successivi. Più in particolare la "Scienza" cui allude il titolo è (per la maggior parte delle considerazioni che saranno svolte all'inizio) quella che oggi indichiamo come meccanica classica nel periodo della sua origine, mentre il "Capitalismo" va ristrettivamente inteso come il capitalismo industriale, sempre in una sua fase molto precoce.

Ho preferito non premettere una introduzione che riassume il senso o gli intendimenti del saggio, nella speranza che la lettura di esso possa condurre coloro che la faranno a un percorso di ragionamento che li porti per via in parte autonoma a trovare plausibili e convincenti le conclusioni che saranno a suo tempo svolte.

I

Prima Parte

1

La “Macchina” di Newton

Il soggetto che viene trattato in questo capitolo, solo allusivamente e anzi abbastanza impropriamente viene indicato come “macchina”. In effetti un termine più appropriato potrebbe essere “procedimento” o “schema di lavoro”. E non mi nascondo il rischio, specie quando si tratti di argomenti di meccanica, che il termine scelto possa generare equivoci. Mi è sembrato però che esso contenesse un di più di significazione dinamica trasformatrice ed evolutiva con una marcata allusione sia al lavoro (mentale) che alla produttività di stadi nuovi.

Il tentativo che si vuole condurre è quello di individuare la catena di operazioni razionali e di argomentazioni che hanno portato alla costruzione originale della Meccanica Razionale quale ancora oggi (nella sua sostanza se non nelle forme) è insegnata e che costituisce un capitolo essenziale (e, anzi, si potrebbe dire una base imprescindibile) della fisica. A questo fine, non avendo assolutamente la competenza e la qualifica per un qualche esame di largo spettro che richieda la conoscenza di una bibliografia ramificata e vastissima, ho scelto di procedere a un esame dettagliato di pochissimi esempi. Con la fiducia che penso abbastanza ben basata che essi possano esser considerati come tipici e rappresentativi, già all’inizio del processo di svolgimento storico, di un grande numero di casi analoghi in un campo molto vasto; appunto quello della fisica. Poiché il nucleo delle considerazioni che saranno svolte riguarda il nesso tra teoria ed esperienza sensibile o più esplicitamente tra dati osservativi e sperimentali ed elaborazione logico-matematica (nei suoi capitoli geometrico-algebrica e analitica) la scelta di riferirsi a Newton dovrebbe apparire subito la più sensata e naturale. Bastano perciò alcune brevi note a ulteriore giustificazione. E’ chiaro e universalmente noto che quando più o meno dagli anni ’60 ai ’90 del XVII secolo Newton svolse il nucleo fondamentale della sua ricerca, l’utilizzazione dei procedimenti matematici per la “spiegazione” di fenomeni fisici ossia

in descrizioni che in linea di principio permettessero previsioni quantitative sensate (massime nella osservazione astronomica, ma anche in quella del moto di corpi sulla terra) non era certo una novità assoluta. Basterebbe citare Keplero, Copernico e Galileo che precedono Newton e Cartesio o Huygens che gli sono contemporanei. Ma il contributo di Newton è, si può dire, di un diverso ordine di grandezza, e in particolare nel campo specifico (la meccanica) che vogliamo esaminare. Il caso di Newton, e in particolare il Newton dei “Principia” è caratteristico e utilissimo non solo per la sua “mole” (pesantissima ma tutt’altro che inerte, se ci si consente una battuta). Ma anche per la singolare vicenda della sua elaborazione. Come ben noto già alla prima edizione dei Principia (1687) Newton compare armato di una strumentazione matematica rivoluzionaria prodotta da lui stesso nei due decenni precedenti (metodo delle flussioni, ossia una versione elementare e in parte imprecisa ma già estremamente efficace della analisi differenziale e integrale) e nel contempo mostra una padronanza stupefacente (almeno per un non specialista sia pure fornito delle basi della matematica attuale di livello universitario) degli strumenti della geometria (euclidea) utilizzata come strumento di dimostrazione. Newton ovviamente sa utilizzare l’algebra l’ha significativamente arricchita (ad esempio lo studio della serie binomiale) e conosce la teoria dei logaritmi. In sostanza ha in mano tutto l’armamentario delle conoscenze matematiche del suo tempo che ha nel contempo arricchito in maniera fondamentale. In qualche modo sembra che si possa notare una sorta di parallelismo tra la struttura dei Principia e la storia della elaborazione scientifica di Newton. Infatti il primo libro dell’opera ha carattere palesemente introduttivo; tratta in larga misura di cinematica ed è spiccatamente atto a fornire le pezze di appoggio (soprattutto nella forma di dimostrazioni geometriche) al terzo libro che tratta della teoria generale della gravitazione e della sua “universalità”, ossia della sua applicabilità su scala vastissima, dal moto di un pendolo a quello dei pianeti intorno al sole. Sotto questo aspetto, il secondo libro costituisce una specie di intermezzo; con criteri moderni non sarebbe probabilmente stato piazzato dove l’autore ha scelto di piazzarlo. Esso può però ugualmente fornire indicazioni interessanti sul problema che ci interessa (ossia sul nesso osservazione-elaborazione) in quanto, riguardando in gran parte argomenti di carattere spiccatamente terrestre come il moto dei corpi all’interno dei fluidi e l’idrodinamica, permette di fornire ulteriori indizi sul procedimento usato da Newton nella organizzazione dell’esperimento e nella valutazione critica dei risultati.

Prima di passare all’esame di esempi specifici mi sembra giusto segnalare una difficoltà non fosse altro per evidenziare che ne sono conscio. E’ evidente che di per sé

l'analisi della elaborazione (modus operandi) di un autore quale esso è esposto nei testi che decide di pubblicare, non garantisce per nulla (in assenza di un'altra serie di sue dichiarazioni e testimonianze) che essa corrisponda esattamente alla sequenza genetica e storico-personale effettiva. E' evidente che esigenze di chiarezza espositiva o anche di altro genere, possono dar luogo a discrasie anche rilevanti. La cosa è perfino più grave quando si tratti di autori abbastanza lontani nel tempo e operanti in un clima socio culturale diversissimo dal nostro attuale. Del resto basta pensare al problema (diverso, ma con qualche analogia) della diversissima strategia della pubblicazione e prima dei criteri di pubblicabilità di risultati ritenuti validi tra l'epoca di Newton e la nostra (vedi le considerazioni interessanti di Guicciardini [20]). Nel caso di Newton gli studi vastissimi che sono stati dedicati alla sua opera (specialmente la sua corrispondenza privata con altri scienziati contemporanei) portano certamente qualche luce su questo problema. Ma tutto sommato, e non solo per una pura questione di risparmio di tempo e di sforzi, mi è sembrato più utile limitarmi all'utilizzo del puro testo dei Principi nella sua forma definitiva corrispondente alla terza edizione (1726 ultima rivista dall'autore) perché essa manifesta il processo di costruzione quale l'autore ha voluto che fosse esposto. Quindi che, in maniera più o meno conscia (mi è difficile giudicare anche se l'introduzione "filosofica" o metodologica al terzo libro sembra proprio dare una risposta positiva al quesito) intendeva anche mostrare come esemplare e da seguire e diffondere. Il che, trattandosi di una figura come Newton merita certamente di esser tenuto in debito conto. Comunque questo problema della distinzione tra procedimenti usati, consapevolezza e funzione di indirizzo e diffusione si avrà modo di affrontarlo ancora più avanti.

1.1 La Luna, la Terra (il Sole) e il Pendolo.

Nell'affrontare il moto della Luna come capitolo del problema generalissimo del "Sistema del Mondo" (ossia della universalità della gravitazione e delle sue conseguenze cinematiche) che è l'oggetto del terzo libro, e che ora vado ad esaminare, è essenziale richiamare preliminarmente la base di partenza che Newton in parte dichiara esplicitamente e in parte lascia chiaramente intendere nel corso della sua argomentazione. Mi sembra che gli elementi fondamentali siano così riassumibili.

Newton conosce perfettamente l'opera di Keplero (le sue famose leggi) e aderisce completamente a una visione copernicana del moto dei pianeti e dei satelliti. La seconda e la terza legge di Keplero sono il punto di partenza richiamati continua-

mente, da cui dedurre la legge di gravitazione.

Newton conosce (e sembra apprezzare) Galileo. I punti della sua opera che talora indirettamente (ossia senza richiamo alla citazione) appaiono acquisiti, sono anche tra quelli che in una valutazione contemporanea fanno di Galileo un grande della fisica. E precisamente il principio di relatività e la constatazione (espressa in termini moderni) che la accelerazione di gravità è definita dalla posizione dei corpi ed è indipendente dalla massa del corpo che cade. Il principio di relatività è chiaramente sullo sfondo del chiarimento che Newton sistematicamente acclude ogni volta che tratta del moto lunare rispetto alla terra con la frase:

“Considerando ferma la Terra” o “Considerando fermo il Sole”

quando tratta dei satelliti intorno ai pianeti o del moto dei pianeti. Newton come Galileo sembra innanzi tutto aver ben chiara in mente la necessità di specificare un sistema di riferimento. Per giunta molte volte specifica che il sistema di riferimento (lui però non lo chiama così) è considerato in quiete o in moto rettilineo uniforme. Per ciò che concerne la accelerazione di gravità, basta riferirsi alla conclusione del problema in esame su cui tornerò tra poco.

Newton ha a disposizione (e discute criticamente) tutta una serie di dati risultanti da osservazioni astronomiche che riporta distesamente. Su un punto (rilevante) di questa osservazione, ossia sulle perturbazioni del moto lunare ad opera del Sole, tornerò più avanti.

Infine Newton, proprio all’inizio del terzo libro, espone quelli che a suo giudizio sono i *sani principi del filosofare*, ossia quelli che giudica i criteri base per stabilire la validità di un lavoro scientifico. Queste regole generali vale la pena di riportarle e aggiungere qualche breve commento anche perché esse ci richiamano a una osservazione fatta poco sopra. In effetti si ha la sensazione che i principi invocati più che una base di partenza che Newton ha usato per ottenere i suoi risultati, siano il risultato di una riflessione a posteriori sul lavoro fatto. Ovviamente questa osservazione non inficia per nulla la loro validità. E’ vero che ogni tanto Newton invoca i suoi principi per sviluppare la sua trattazione; ma a corroborare il sospetto prima avanzato sta il fatto che nel passaggio dalla prima alla seconda e poi alla terza edizione gli stessi principi sono cambiati di numero (da tre a cinque e infine ai quattro che riporto qui di seguito, come tratti dalla traduzione di Pala [35] che vi acclude un commento interessante.

1. *“Delle cose naturali non devono essere ammesse cause più numerose di quelle che sono vere e che bastano a spiegare i fenomeni”.*

In termini moderni si potrebbe commentare che vengono poste al bando le spiegazioni “ad hoc” o riportare il detto di un celebre fisico che sosteneva che, avendo a disposizione cinque costanti arbitrarie, un fisico che si rispetti spiega l’universo.

2. *“Perciò fino a che può essere fatto, ad effetti naturali dello stesso genere vanno assegnate le stesse cause”.*
3. *“Le qualità dei corpi che non possono essere aumentate o diminuite e quelle che appartengono a tutti i corpi sui quali è possibile impiantare esperimenti, devono essere ritenute qualità di tutti i corpi”.*

E’ questa a mio avviso la più problematica tra le regole perché in fondo è l’unica che abbia una correlazione stretta con la realtà fenomenica ed è anche quella più estesamente commentata da Newton. Tuttavia, per quello che ci interessa, riporto solo una breve citazione di tale commento:

“Abbiamo inoltre imparato dai fenomeni che le parti divise dei corpi e contigue le une alle altre possono essere con la ragione divise in parti minori, come è evidente dalla matematica. In verità è incerto se quelle parti distinte e non ancora divise possano essere ancora divise per mezzo delle forze della natura ed essere mutuamente separate. Ma se anche da un solo esperimento risultasse che rompendo un corpo duro e solido una qualunque particella non divisa subisce una divisione, concluderemmo in forza di questa regola che non soltanto sono separabili le parti divise ma anche quelle non divise possono esser divise all’infinito”.

Per i miei fini, il dato più interessante di questo commento esplicativo di Newton è il richiamo implicito alla distinzione tra la realtà fisica sensibile e sperimentabile e la sua schematizzazione matematica, da cui è facile dedurre il richiamo alla necessità di ancorare i risultati teorici al controllo sperimentale. Infine il quarto principio (che, come e ancor più dei primi due Newton non ritiene necessario far seguire da lunghi commenti o spiegazioni).

4. *“Nella filosofia sperimentale proposizioni ricavate per induzione dai fenomeni devono, nonostante le ipotesi contrarie, esser considerate vere o rigorosamente o quanto più possibile, finché non intervengan-*

no altri fenomeni, mediante i quali o sono rese più esatte o vengono assoggettate ad eccezioni”.

E’ questo un altro punto fondamentale nell’affidamento dello scienziato sperimentale alla elaborazione logico matematica che non può essere scalzata altro che da una nuova messe di dati sperimentali. Questa regola può forse essere riletta all’incontrario quando si adotti il principio popperiano della falsificabilità delle teorie fisiche.

A questo punto mi sembra di aver raccolto il gruppo degli attrezzi che Newton adopera per ottenere i suoi risultati. Ora, in sostanza, dopo aver riportato come Newton dichiara che si debba operare cercherò di analizzare (esaminando specificamente qualche caso particolare) come effettivamente opera.

Per il problema che si va ad esaminare il punto di partenza è dato dal Fenomeno VI (e ultimo) tra quelli elencati all’inizio del terzo libro, subito dopo le regole generali di cui si è parlato sopra.

Fenomeno VI: *“La Luna describe, con il raggio condotto verso il centro della terra, un’area proporzionale ai tempi”.*

Commento (di Newton): *“Risulta dal moto apparente della Luna confrontato col diametro apparente della stessa. Il moto della Luna inoltre viene alquanto perturbato dalla forza del Sole, ma in questi fenomeni non considero le insensibili piccolezze delle deviazioni”.*

Una prima osservazione che va fatta è che questo ultimo “fenomeno” non è accompagnato come tutti i precedenti che riguardano i moti dei pianeti intorno al Sole o dei satelliti di Giove e di Saturno, da una discussione preliminare dei dati sperimentali di partenza; essi si trovano però distribuiti nel corso delle discussioni (dimostrazioni) dei teoremi III e IV che seguono immediatamente (dopo che i primi due teoremi trattano rispettivamente del moto dei satelliti di Giove intorno al pianeta e dei pianeti¹ intorno al Sole). Come ho notato, i dati astronomici di partenza per la trattazione di tali problemi sono elencati e discussi nei primi cinque fenomeni. Sulle ragioni che hanno spinto Newton a trattare la Luna solo dopo i satelliti di Giove e Saturno e i pianeti solari, si possono solo fare ipotesi. Una potrebbe essere che il caso della Luna, ove si tenga conto dell’effetto della attrazione solare risulta più complesso degli altri e anche per il fatto che esso è alla fine utilizzato per il controllo “spettacolare” della universalità della gravitazione. Ed è proprio questa

¹Per Newton pianeti primari, mentre chiama pianeti i satelliti.

la ragione per cui ho pensato di sceglierlo come esempio del procedimento di Newton.

Veniamo quindi al teorema III (il primo dei due dedicati alla Luna).

“La forza per effetto della quale la Luna è trattenuta nella propria orbita, tende verso la Terra, ed è inversamente proporzionale al quadrato della distanza dei luoghi [noi diremmo dei punti della traiettoria] dal centro della stessa”.

Come si è già detto il primo rinvio di Newton per dimostrare le asserzioni di questo teorema è alla proposizione citata subito sopra sotto il titolo “Fenomeno VI”. E’ chiaro che la proposizione in questione rimanda a una serie di dati astronomici probabilmente abbastanza facilmente accessibili (agli astronomi dell’epoca) in quanto l’osservazione del moto lunare (col raggio vettore che spazza aree uguali in tempi uguali) non sembra, almeno a livello grossolano, richiedere particolari cure.

Subito dopo però rimanda a una prima elaborazione teorica, ossia al teorema II della I parte del trattato, in cui mostra per via geometrica come la legge kepleriana verificata sperimentalmente (aree uguali in tempi uguali) implichi l’esistenza di una forza centrale (centripeta).

“Ogni corpo che si muove lungo una qualche linea curva descritta su un piano e, con il raggio condotto verso un punto immobile o che si muove di moto rettilineo uniforme descrive intorno a quel punto aree proporzionali ai tempi, è spinto da una forza centripeta che tende al medesimo punto”.

Non riporto la dimostrazione di Newton (che però è abbastanza semplice) ma, per ragioni che saranno più chiare in seguito, mi è utile valutarne almeno grossolanamente il livello di complessità. Una via possibile è il considerare il numero di tratti di segmento (ed eventualmente di curva ottenibile con compasso o altri strumenti) necessario e sufficiente al minimo per illustrare il teorema stesso. Nel nostro caso si può controllare che il disegno richiede al minimo la traccia di 10 segmenti distinti (e di nessuna curva che al più viene sottintesa) mentre i punti individuati sulla figura (cioè indicati con le lettere) sono 6. Newton nel suo disegno utilizza (per maggior chiarezza) parecchi segmenti in più (e altri punti); ma i tratti aggiuntivi non sono necessari perché sono semplici ripetizioni di parti del disegno già stese. Un altro punto notevole del teorema è il richiamo alla possibilità del moto rettilineo uniforme del centro, ossia la acquisizione (cui si è già fatto cenno) della relatività galileiana.

Più delicata (ossia non immediatamente verificabile per via di osservazione) è l'inversa proporzionalità al quadrato della distanza. Per questo Newton fa una scelta che a prima vista può apparire sorprendente. Infatti la soluzione più semplice, visto che i dati sperimentali (sulle tracce di Keplero) gli fornivano una traiettoria lunare di forma ellittica, avrebbe potuto utilizzare la proposizione XI del libro primo in cui dimostra che se il mobile percorre una ellisse, la forza che lo trattiene sulla traiettoria è quadraticamente inversa dalla distanza del mobile dal fuoco che è il centro della forza. Già questo teorema è sensibilmente più complesso del precedente; anche se i segmenti sono in numero poco superiore (12, e in più figura l'ellisse) le lettere necessarie sono ora 18. Ma Newton sceglie un'altra via molto più complicata (anche se più generale); dal seguito si può però intuire il perché della scelta.

In effetti, le proposizioni che Newton invoca sono due esposte successivamente come la XLIV e XLV del libro primo e costituiscono nell'insieme un esempio impressionante dell'abilità di Newton. L'argomento generale è una possente generalizzazione dei moti in cui le traiettorie sono sezioni coniche. Si suppone infatti che le coniche stesse (nelle figure tipicamente un'ellisse, ma poi come si dirà subito si arriverà a una grandiosa generalizzazione) ruotino in un piano tenendo fermo il fuoco e con gli absidi che ruotano percorrendo linee chiuse. Nel caso più semplice si tratta di un moto “a rosetta”. La prima proposizione recita:

“La differenza delle forze dalle quali possono essere mossi un corpo su un'orbita in quiete e un altro corpo sulla stessa orbita che [invece] ruota è inversamente proporzionale al cubo della loro comune altezza”.

Per altezza qui si intende quello che noi oggi chiamiamo il raggio vettore. In sostanza, nel caso di una forza centripeta che vari inversamente al quadrato del raggio vettore, la differenza di forza tra il caso dell'orbita rotante e quella agente nell'orbita fissa è proporzionale all'inverso del cubo del raggio vettore. In formule (nel caso dell'ellisse) si dimostra che se F e m sono le aree percorse dal raggio vettore nello stesso tempo rispettivamente nell'orbita fissa e nell'orbita mobile, e r è il raggio vettore, se la forza centripeta nel caso dell'orbita fissa vale $\frac{F^2}{r^2}$, quella agente sul mobile nell'orbita mobile (nel moto a rosetta) vale:

$$\frac{F^2}{r^2} + k \frac{(m^2 - F^2)}{r^3} \quad (1.1)$$

dove con k viene indicato il “parametro” dell'ellisse, ossia il tratto di perpendicolare all'asse maggiore che unisce il fuoco all'ellisse.

Seguendo il metodo già utilizzato, noto che questa volta la figura necessaria alla dimostrazione del teorema è assai più complicata di quelle già trovate. Essa infatti contiene due ellissi, una circonferenza e otto segmenti nonché 15 lettere. Ma la vera “acrobazia” la troviamo nella proposizione successiva (XLV) indicata come problema XXXI. Essa è così formulata:

“Ricerca il moto degli absidi lungo orbite che si approssimano moltissimo a cerchi”.

Questa volta Newton non adopera altre figure; ricorre infatti a una “risoluzione aritmetica” (noi diremmo soprattutto algebrica) del problema. Ma nella sostanza, la trattazione implica l’uso della analisi differenziale (l’indizio lo si trova già nella espressione “che si approssimano moltissimo”) e per giunta Newton, in una geniale generalizzazione, impiega anche uno sviluppo in serie (lo chiama proprio così “il nostro metodo delle serie convergenti”).

Quali sono i risultati finali? I principali tra questi, raccolti in un gruppo di esempi e di corollari, possono essere riassunti così.

Se una forza centripeta varia come una qualsiasi potenza di ordine $n - 3$ con il raggio vettore, con n intero, frazionario, positivo o negativo, l’angolo di cui si sposta l’asse della traiettoria, nel tempo in cui il mobile passa da un abside (il superiore, se l’ellisse è disposta con l’asse maggiore verticale e il fuoco di attrazione è posto in basso) all’altro abside è dato da:

$$\frac{180^\circ}{\sqrt{n}} \tag{1.2}$$

Per esempio per una forza attrattiva ipoteticamente costante, ossia indipendente dal valore del raggio vettore, ($n - 3 = 0$) a ogni semi-rivoluzione corrisponde uno spostamento di $\frac{180^\circ}{\sqrt{3}}$, ossia di $103^\circ 55' 23''$. Se la forza è proporzionale al raggio vettore ($n - 3 = 1$), l’angolo percorso nel semi-periodo vale $\frac{180^\circ}{\sqrt{4}}$ ossia 90° . Se la forza è inversamente proporzionale al quadrato del raggio vettore, ($n - 3 = -2$), si ha $n = 1$, per cui mentre il mobile percorre 180° , altrettanti ne percorre la linea degli absidi, il che significa che non c’è alcuno spostamento (e si ha la traiettoria conica perfetta).

Newton si sbizzarrisce a prevedere ciò che avviene per leggi ancora più complesse di dipendenza dal raggio vettore come $(Ar^m + Br^n) - 3$ (A e B sono costanti arbitrarie) ma il risultato non sembra di per sé particolarmente interessante. E’ molto più rilevante il seguente.

E' valida la proposizione inversa; dal moto degli absidi è possibile risalire all'esponente del raggio vettore che compare nella forza centripeta. Se l'intero moto angolare per cui il corpo torna al medesimo abside, sta a una rivoluzione (su un'orbita ferma) come $\frac{m}{n}$ sta a 360°) allora la forza dipende dal raggio vettore come la potenza.

$$\left(\frac{n}{m}\right)^2 - 3 \quad (1.3)$$

A questo punto Newton può tornare al libro III e al moto della Luna, dicendoci che la sua traiettoria mostra uno spostamento dell'apogeo (l'abside più lontano) che è solo di $3^\circ 03'$. Ossia dopo una rivoluzione (su orbita “quasi circolare”) la Luna ha ruotato di 363° invece che di 360° per cui $\left(\frac{n}{m}\right)^2 - 3 = -2.01646$, che (secondo Newton, ma anche secondo noi) è in effetti vicinissimo a -2 , ossia alla traiettoria ellittica pura.

In effetti oggi sappiamo che il periodo di rotazione degli absidi della traiettoria lunare è di 8.85 anni da confrontare con i 27.3 giorni della sua rivoluzione intorno alla terra. Con i dati forniti da Newton si otterrebbe un valore solo poco differente. Comunque Newton stesso riuscirà in altra parte del trattato a mostrare come il responsabile della anomalia sia (almeno in gran parte) il Sole.

Con il complesso va e vieni dal terzo libro al primo e viceversa si è esaurito l'esame della traiettoria lunare che si è visto può essere agevolmente depurata delle maggiori perturbazioni e si può quindi passare dal teorema III del III libro, esaminato fin qui, al IV.

“La Luna gravita verso la terra ed è continuamente ritratta dal moto rettilineo nella sua orbita dalla forza di gravità”.

Questa dizione che a prima vista potrebbe sembrare poco “emozionante” si rivela invece come il vertice (o uno dei vertici) della inventiva fisica di Newton. Questa volta si comincia con una disamina accurata dei dati forniti da varie fonti astronomiche relativi alla distanza dalla terra alla Luna (dal centro della Terra a quello della Luna) espressa in raggi terrestri. L'esame (che corregge un errore di Brahe) porta Newton a scegliere un valore di 60.5 raggi terrestri (oggi si valutano 60.27). Si fornisce il periodo della rivoluzione lunare (mese lunare medio) in $T = 27d 7h 43'$ e si fornisce anche il dato relativo alla circonferenza terrestre dalla quale si ricava il valore del raggio. Supponiamo ora che la Luna sia d'un tratto privata della sua velocità sull'orbita e venga a cadere sulla Terra (poveri noi!). Che tratto percorrerà nel primo minuto di caduta? Si torna al primo libro dove la risposta è fornita in

due diverse maniere. La più semplice è la proposizione XXXVI dove mediante una semplice dimostrazione geometrica (2 semicirconferenze, 4 segmenti, 8 lettere) si insegna a correlare il tratto di percorso di caduta verticale libera di un corpo (a partire dalla quiete) con l'arco percorso nello stesso tempo da un mobile che si muova su una circonferenza di moto circolare uniforme. Questo è (si è già notato) praticamente il caso della Luna di cui conoscendo il raggio e il periodo, si può conoscere la velocità sulla traiettoria e anche la sua accelerazione centripeta. E' ovvio che si parli di accelerazione e non di forza perché la massa della luna è incognita (e così la costante di gravitazione universale) che però, nel calcolo finale non compaiono. La accelerazione è data da:

$$a = \left(\frac{4\pi^2}{T^2} \right) \left(\frac{60.5 C}{2\pi} \right) \quad (1.4)$$

dove con C si è indicata la circonferenza terrestre che Newton riporta essere (misure francesi) di 123249600 piedi parigini.

Lo spazio percorso nel tempo t vale, infine:

$$s = \frac{1}{2} a t^2 \quad (1.5)$$

e Newton sceglie il tempo pari ad un minuto primo. Quindi lo spazio percorso dalla Luna precipitante in tale tempo risulta 4.915 metri (nelle nostre misure); per Newton 15.083 piedi parigini.

Di sistema metrico decimale non si parlava certo in Inghilterra a quell'epoca e la situazione doveva restare tale e quale per un bel po' di tempo. Ora arriviamo sulla Terra. Da ciò che Newton ha scoperto l'accelerazione deve crescere di un fattore pari a 60.5^2 in quanto siamo 60.5 volte più vicini al centro della terra. Qui però per verificarlo non è necessario scomodare la Luna caduta, perché Galileo ha già mostrato che la forza è proporzionale alle masse, (e Newton è pienamente d'accordo) quindi l'accelerazione è la stessa per tutti i corpi. La verifica può essere fatta utilizzando i risultati delle misure fatte a Parigi dei periodi di oscillazione di un pendolo che sono inversamente proporzionali alla radice della stessa accelerazione (sulla superficie terrestre, uguale per tutti i corpi nello stesso punto). Si dovrà però tener di conto (e ovviamente Newton lo fa) della latitudine di Parigi (la Terra non è esattamente sferica ma un po' ovoidale schiacciata a causa del moto di rotazione intorno al suo asse). A questo punto il gioco è fatto. I rapporti tra le due accelerazioni in posizioni dell'Universo distanti tra loro oltre 384400 Km (e molti più piedi parigini; una distanza spaventosa specie per chi probabilmente doveva impiegare qualche ora solo per spostarsi da Cambridge a Londra) sono pienamente verificati

e l’“attrazione” gravitazionale si presenta (può presentarsi) veramente come valida su scala “universale”. In effetti, a voler essere pignoli, non è che sia completamente chiaro il perché una forza che in qualche modo dovrebbe essere legata alla natura della materia di cui sono fatti i corpi, se ne dimostri completamente indipendente. Infatti la massa che qualifica e quantifica la attrazione (tanto che saremmo tentati con notazione moderna di chiamarla piuttosto “carica gravitazionale” visto che la legge con cui si attraggono cariche elettriche di segno opposto sembra la sua sorella gemella-entità a parte) risulta rigorosamente proporzionale (ossia uguale perché la costante è solo questione di unità di misura) alla massa inerziale che invece svolge il ruolo decisivo in tutte le situazioni dinamiche, “resistendo” a tutte le forze che vogliono far accelerare i corpi (come Newton continuamente insegna e invoca). Ma questa è la situazione e non c’è da fare altro che prenderne atto.

1.2 Oltre la Luna

(Pianeti e satelliti... per buon peso)

Una volta “sistemata” la Luna le dimostrazioni relative ai pianeti gravitanti intorno al Sole, e ai satelliti di Giove e di Saturno, gravitanti intorno a quei pianeti, sono un gioco da ragazzi. Qui infatti non sembra sentirsi l’effetto Sole che ha complicato terribilmente le cose. E non è più nemmeno necessaria la verifica terrestre col pendolo. Lo schema generale è comunque lo stesso. Si parte dalle misure sperimentali relative alle dimensioni orbitali e dai periodi di rivoluzione. Quindi si deduce la proporzionalità inversa al quadrato del raggio vettore, e ancora una volta, si ottiene la generalità (universalità) della legge di attrazione.

Cosa si può aggiungere come (temporaneo) commento sulla “macchina” di Newton impegnata a solcare le vie celesti (ma ben decisa a... tornare a terra per controllare il motore)? E’ evidente che si potrebbero fare moltissime osservazioni su molteplici aspetti. E, infatti, specie nell’ultimo secolo se ne sono fatte in quantità. Gli “Studi Newtoniani” sono oramai una branca rigogliosa dell’epistemologia e della “filosofia” naturale moderna. Basti pensare, tanto per citare il primo nome che viene a mente, al lavoro di Koyré. Qui molto modestamente mi limito a rilevare come l’ordine di esposizione scelto da Newton nel suo trattato, almeno dopo la verifica puntuale del caso che ho scelto, pare suggerire che almeno in parte l’elaborazione teorica che viene premessa alla discesa in campo per la soluzione dei problemi fisici,

sia invece stata elaborata in buona misura proprio per la finalità di tale funzione. Ossia che per Newton malgrado il metodo che sembra proporre nella esposizione, la fisica venga prima della matematica (e della geometria). Il motore dell'interesse sembra essere la risposta a problemi suscitati dall'osservazione (sua e di altri) del mondo sensibile. E, certamente, alla fisica alla fine si ritorna.

1.3 Altra fisica, stesso Newton

Come già accennato sopra, il secondo libro dei Principi è dedicato in gran parte a problemi di fluidodinamica, trattati via via nei vari capitoli in maniera tale che non in ogni caso appaiono chiare le ragioni dell'ordine scelto. Qui esamino dettagliatamente solo un problema e di passata pochi altri. Come si vedrà, anche questo esame può servire a mettere in luce alcuni aspetti di quella che ho chiamato “macchina” di Newton. Il primo problema affrontato nel secondo libro è il moto dei corpi immersi in mezzi che offrano una resistenza proporzionale alla velocità.

“Se a un corpo viene opposta resistenza in ragione della sua velocità, il moto perduto a causa della resistenza sta come lo spazio percorso durante il moto”.

La spiegazione è estremamente sintetica. Infatti, poiché il moto perduto durante le singole particelle di tempo (noi diremmo il decremento di velocità nell'unità di tempo) è proporzionale alla velocità, a sua volta proporzionale alla particella di percorso effettuato, il moto perduto durante il tempo totale sarà, per composizione (ossia in totale, alla fine), proporzionale all'intero percorso.

Oggi (utilizzando al meglio proprio lo strumento introdotto da Newton, ossia il calcolo differenziale) noi risolviamo una equazione della dinamica per moto rettilineo con forza proporzionale alla velocità e di senso opposto.

$$m dv = ma dt = -kv dt = -k ds \quad (1.6)$$

e dalla sua soluzione completa che porta a una dipendenza del tratto percorso che decresce esponenzialmente col tempo, si vede che il decremento della velocità (il moto perduto) proprio per la proprietà della funzione esponenziale è anche esso proporzionale alla lunghezza di tale tratto. Notiamo che Newton non nomina la forza ma indica l'accelerazione (negativa) come moto perduto durante le singole particelle di tempo; quindi, lavorando (si direbbe oggi) sui differenziali, “scala all'ingiù” la relazione tra accelerazione e velocità in relazione tra velocità e spazio percorso. Infine

ripassa alle grandezze finite “per composizione” (ossia integrando).

In un breve ulteriore commento Newton si riferisce alla “forza insita” (che per noi è il termine a sinistra delle equazioni dinamiche ossia ma) e ci dice che se si conoscono la velocità iniziale e quella dopo un certo tempo (ossia dopo un certo percorso) si può risalire al tratto percorso in un tempo infinito.

Il resto del primo capitolo esamina altri aspetti particolari dello stesso problema dinamico. Prima aggiunge alla forza resistente una forza costante di ugual direzione (e senso contrario) in modo da poter studiare il moto dei gravi (su tratti brevi, in cui la accelerazione è costante) in un mezzo definito dalla legge di resistenza lineare con la velocità, prima studiando il moto di caduta libera verticale e poi introducendo l’ulteriore complicazione di una seconda dimensione in modo da poter studiare anche il moto dei proiettili. Ovviamente le dimostrazioni, sempre in gran parte di tipo geometrico, implicano figure via via più complicate. Alla fine del capitolo spiega però che il caso che ha trattato è di interesse più matematico che fisico in quanto la resistenza del mezzo è il più delle volte quadratica con la velocità. E al sistematico studio dei moti in mezzi che presentano tale dipendenza è dedicato il secondo capitolo che ripercorre (nelle nuove condizioni) le tracce del primo; ma questa volta aggiunge per complemento la soluzione di un problema molto più complesso. Avendo definito la forza resistente oltre che quadratica con la velocità del mobile anche come proporzionale punto a punto alla densità del mezzo, suppone di assegnare la traiettoria del mobile e da essa insegna a risalire alla velocità punto per punto, alla forza di resistenza e alla densità del mezzo sempre punto per punto. La dimostrazione è lunghissima, prende diciotto pagine di passaggi algebrici e una dozzina di figure alcune delle quali molto complesse.

Il capitolo successivo contiene una relativamente modesta generalizzazione in quanto considera la situazione di una resistenza del mezzo che è una combinazione lineare di una forza proporzionale alla velocità e di una proporzionale al quadrato; e ovviamente (per noi) ne viene fuori una maggiore somiglianza con il caso quadratico.

Il breve capitolo successivo (il quarto) è dedicato alle traiettorie circolari in mezzi resistenti e il quinto a problemi di idrostatica; ma è il capitolo VI che vale la pena di esaminare più accuratamente. Esso è dedicato al moto di corpi oscillanti (in particolare pendoli) in mezzi resistenti; è infatti in questo che compare in maniera esplicita e articolata il metodo sperimentale di Newton. Vediamo (sinteticamente e con qualche omissione) come procede. Al primo punto rifacendosi direttamente alla seconda legge generale della dinamica (che era già stata più o meno perfet-

tamente individuata da Galileo), dice che le masse dei pendoli di ugual lunghezza sono proporzionali ai pesi e inversamente proporzionali al quadrato del periodo di oscillazione (nel vuoto). Poi specifica in un corollario che queste relazioni avvengono anche nei mezzi resistenti. Infine (sempre nei corollari) fa comparire per la prima volta nel libro la relazione con gli esperimenti, sia pure come cenno incipiente. Dice cioè che le misure dei tempi con il pendolo possono essere utilizzate per confrontare la “gravità” (leggi la accelerazione di gravità) da punto a punto sulla terra (sapeva cioè che doveva o almeno poteva essere diversa) utilizzando lo stesso pendolo e ancora, per mettere in luce la proporzionalità di massa inerte e massa gravitazionale cui ho già accennato e che Newton ci dice di aver sempre riscontrato. Al punto successivo si dimostra che in un pendolo cicloidale le oscillazioni di diversa ampiezza nel vuoto o in mezzi a resistenza proporzionale alla velocità sono isocrone. Si passa poi (seguendo lo stesso iter dei capitoli precedenti) a considerare una resistenza quadratica e questa volta si trova che il rapporto tra i periodi di oscillazione di un pendolo (cicloidale) nel vuoto e nel mezzo stanno tra loro (quasi) come le rispettive lunghezze degli archi percorsi. Infine, come già avvenuto nella sezione precedente allo studio dei pendoli, si passa alle generalizzazioni più complesse e necessarie di più lunga trattazione. Innanzi tutto, dato che in questo caso la traiettoria è nota e si sa che la resistenza è quadratica nella velocità, si chiede di dedurre punto per punto tale velocità. E infine, (dopo un ulteriore sfoggio di complessi “trucchi geometrici”) si deduce un risultato che apparirà subito essere di gran rilievo.

Teorema XXV del libro, riportato con poche modifiche aggiuntive per chiarezza.

“Se la resistenza subita da un corpo oscillante nelle singole parti proporzionali degli archi descritti viene aumentata o diminuita di una data ragione [ossia si fa variare la potenza della velocità da cui essa dipende] la differenza tra la lunghezza dell’arco di traiettoria percorso in un quarto di oscillazione [in discesa] e quella dell’arco nel successivo quarto [in risalita] varia con la stessa potenza”

In un importantissimo corollario (derivato da una complessa trattazione geometrica) mostra poi come dalla legge di dipendenza della resistenza del mezzo dalla velocità si possa dedurre il rapporto tra forza di resistenza e forza peso.

Vediamo ora come Newton utilizza (nello “scolio generale” che conclude il capitolo dedicato al moto dei pendoli) i risultati che ha ottenuto per via teorica. Il fine dichiarato è immediatamente esplicitato; si vuol mostrare con un esempio con-

creto come sulla base della teoria (ossia dei teoremi, dei problemi e dei corollari già esposti) sia possibile determinare il valore della forza di resistenza dell'aria al moto di un corpo (nel caso specifico un pendolo con peso a forma di sfera) valutata (tale forza) come frazione del suo peso. Come si vederà anche in questo caso l'elaborazione matematica interviene in più punti e anche in maniera abbastanza complicata; solo che questa volta essa è intercalata invece che da figure, da risultati di misure sperimentali concrete. Prima di tutto Newton descrive il suo apparecchio. Si tratta di un pendolo formato da una sfera di legno di circa 8.94 cm di raggio (uso le nostre unità) del peso di circa 1.72 kg, appesa a un filo lungo 3.2 metri. Subito sopra l'attaccatura del filo alla sfera (si immagina tracciato sulla parete, ma non è chiarissimo) è disposto un righello graduato che permette di valutare le elongazioni del pendolo. Quindi Newton comincia a contare il numero di oscillazioni necessarie affinché l'elongazione del pendolo si riduca (a causa della resistenza dell'aria) di un ottavo della prima (e massima) e ripete tale conteggio al variare dell'ampiezza della prima elongazione. Via via lo spostamento iniziale dalla posizione di equilibrio viene aumentato. Newton parte da 5 cm di spostamento, e a ogni nuova misura, ossia conteggio di oscillazioni atte a ridurre di un ottavo l'elongazione, tale spostamento iniziale viene raddoppiato: 10, 20, 40, 80, 160 cm. Corrispondentemente l'elongazione finale di ogni misura passa da 4.375 cm a 8.75, e così via fino a 140 cm. Il numero di oscillazioni necessarie alla riduzione di un ottavo che all'inizio è di ben 164, si riduce a 121, 69, 35.5, 18.5 e infine a 9.66. A questo punto Newton divide la variazione di ampiezza (rispettivamente 0.625, 1.25, e così via fino al massimo di 20 cm) per il numero di oscillazioni misurato per valutare di quanto, in ognuno dei casi considerati, è variata l'ampiezza in una singola oscillazione. Questa variazione è considerata come funzione dell'ampiezza di una oscillazione intermedia tra l'iniziale e la finale di ogni misura (pertanto di 4.6875, 9.375, e così via fino a fino a 150 cm), e si nota che la variazione (della diminuzione di ampiezza per oscillazione che potremo indicare come $\frac{ds}{n}$) da caso a caso è approssimativamente quadratica con l'ampiezza di tale oscillazione intermedia. A questo punto si invoca il teorema trovato a suo tempo che ho già citato, e si stabilisce che tale funzione deve essere pertanto approssimativamente quadratica con la velocità. Cosa vuol dire "approssimativamente"? I dati suggeriscono che, specie nelle piccole elongazioni, la potenza della diminuzione di ampiezza (e quindi della velocità del mobile) si riduce sensibilmente. Pertanto Newton propone una dipendenza dalla velocità che è una combinazione lineare di tre termini: uno lineare con la velocità, il secondo con la potenza $\frac{3}{2}$ e infine il terzo quadratico. Avendo a disposizione più di tre misure, ne

sceglie tre opportunamente (quelle che in pollici danno luogo a numeri interi) per semplificare i calcoli e risolvendo un semplice sistema lineare di tre equazioni in tre incognite trova le tre costanti empiriche che moltiplicano le potenze. Ovviamente il sistema è lineare perché i dati della velocità, o meglio delle variazioni di ampiezza, che sono a potenza $\frac{3}{2}$ e 2 sono dati numerici noti e non incognite. A questo punto sorge però un problema. Il pendolo di Newton percorre traiettorie circolari e non cicloidali. Per ottenere un moto oscillatorio cicloidale (noto io) la cosa migliore sarebbe procurarsi una rotaia liscia di tale profilo; ma in questo caso sorgerebbe il problema della resistenza sulla rotaia stessa che inquinerebbe forse gravemente il risultato. Ma Newton non si spaventa; sfodera tutta una serie di complicate considerazioni comparative (per le quali in parte rimanda alla trattazione geometrica dei capitoli precedenti) che fanno intervenire il confronto tra cicloide, circonferenza e corde della stessa alla conclusione delle quali può affermare che giocando su una sorta di compensazione di effetti contrastanti, il risultato ottenuto può senza errori sensibili essere ritenuto valido anche per il caso cicloidale. A questo punto Newton possiede la forma esplicita della legge di dipendenza della variazione di ampiezza per oscillazione con la velocità. L'espressione riportata da Newton (che misura gli spostamenti in pollici) è:

$$\frac{ds}{n} = 0.0000916 v + 0.00847 v^{\frac{3}{2}} + 0.0029558 v^2 \quad (1.7)$$

Tale espressione invoca i teoremi e i corollari a suo tempo esposti che collegano la variazione di elongazione per due oscillazioni successive alla velocità del mobile con la resistenza del mezzo, e infine con il rapporto tra peso del mobile e resistenza. Che sia possibile far intervenire il peso del mobile nella trattazione dovrebbe apparire chiaro perché tutta la dinamica del pendolo, e in particolare le ampiezze di oscillazione sono collegate ai tempi di discesa e quindi al peso. Alla fine, la resistenza dell'aria (per la sfera considerata) risulta pari a 0.0051 parti della forza peso. Se si considera la sola porzione dipendente dal quadrato della velocità si ottiene un valore pari a 0.00469.

Dopo questa esposizione Newton passa ad esporre i risultati di molte altre serie di esperimenti nei quali ad esempio varia l'entità del decremento totale scelto per la ampiezza di elongazione che nella serie di misure prima esposta era di un ottavo della ampiezza originale; ora passa a considerare il caso di un decremento di un quarto. Poi passa a considerare il moto del pendolo immerso in acqua, poi passa a variare il corpo del pendolo passando a una sfera di piombo ed elenca via via con grande accuratezza (anche se non sempre con la chiarezza necessaria a farsi intendere

immediatamente da un lettore posteriore di tre secoli) tutta un'altra serie di risultati di grande interesse sia pratico, sia in qualche caso teorico o di validità generale. Ma per i fini di ciò che interessa in questo saggio, l'esempio fornito dovrebbe essere sufficiente; anche perché Newton, almeno a un esame non esaustivo, non sembra negli altri casi scostarsi da quello sopra trattato.

Edizioni ETS
Piazza Carrara, 16-19, I-56126 Pisa
info@edizioniets.com - www.edizioniets.com
Finito di stampare nel mese di luglio 2017