

Nicola Borgia

# Le quattro operazioni dell'aritmetica pratica

prefazione di Paolo Bussotti

*vai alla scheda del libro su [www.edizioniets.com](http://www.edizioniets.com)*



Edizioni ETS



[www.edizioniets.com](http://www.edizioniets.com)

© Copyright 2014

EDIZIONI ETS

Piazza Carrara, 16-19, I-56126 Pisa

[info@edizioniets.com](mailto:info@edizioniets.com)

[www.edizioniets.com](http://www.edizioniets.com)

Distribuzione

PDE, Via Tevere 54, I-50019 Sesto Fiorentino [Firenze]

ISBN 978-884674154-7

# Introduzione

Lo scopo di questa ricerca è quello di acquisire maggiore conoscenza dei libri d'abaco e mettere in evidenza i mutamenti avvenuti nel campo dell'aritmetica pratica dal XII al XVII secolo. Abbiamo preso in esame le opere scritte da alcuni matematici e maestri d'abaco vissuti in quel periodo, senza avere però la pretesa di aver portato a termine un lavoro completo in ogni suo aspetto.

Questi libri avevano il principale scopo di trasmettere le conoscenze dell'aritmetica pratica e ampio spazio era dedicato non solo alle tecniche per eseguire le quattro operazioni aritmetiche, ma anche alla verifica della loro correttezza. Infatti in tutti i testi sono presenti le prove da eseguire sulle operazioni con la regola del 5, del 7, del 9, dell'11, ecc. perché, molto spesso, dall'esattezza dei calcoli, dipendeva la buona riuscita di un'operazione commerciale. Contenevano anche le regole pratiche per la risoluzione di problemi commerciali e finanziari ed erano scritti, quasi sempre, nelle lingue volgari delle varie regioni italiane ma alcuni, come il *Liber Abaci*, in lingua latina.

Il XII secolo, data d'inizio della nostra ricerca, fu per l'Italia un periodo di forte crescita economica e di un profondo rinnovamento sociale e culturale. Nacquero le Università e si costituirono dei centri urbani, i Comuni, soprattutto nell'Italia centro-settentrionale. Il Mediterraneo diventò sempre più il centro d'importanti scambi commerciali attraverso le città marinare italiane, e contemporaneamente i mercanti di Pisa, Lucca, Siena, Genova, Venezia, assunsero un ruolo cruciale. In conseguenza di ciò, aumentò anche il numero delle operazioni finanziarie che divennero sempre più difficili e di diversa natura. Bisognava risolvere il problema dell'*interesse* (chiamato "merito" dal verbo latino *merere*, cioè guadagno, frutto del capitale dato in prestito), del cambio delle monete, dei pesi, delle misure, delle superficie, ecc.

In quel periodo, i mercanti, pur incontrando grandi difficoltà, registravano i loro dati numerici utilizzando le cifre romane e, per fare i calcoli, usavano "l'abaco" e ricorrevano anche ad un procedimento abbastanza complesso basato sull'impiego delle dita. Questo metodo però, basato sul sistema di numerazione additivo romano, non consentiva di risolvere tutti i problemi inerenti agli scambi commerciali. La soluzione arrivò con l'introduzione del sistema di numerazione

decimale posizionale Indo-Arabico. Fu **Leonardo Bigollo Pisano detto Fibonacci** (1170?-1250), figura di maggiore rilievo del XII secolo, che colse l'opportunità offerta dai suoi viaggi in Egitto, Siria, Grecia, Sicilia, ecc. per studiare e imparare le tecniche matematiche con l'uso dei simboli arabo-indiani. Tornato in patria nel 1202 pubblicò il *Liber Abaci* che, per la sua chiarezza espositiva, pur essendo scritto in latino, fu il testo a cui si ispirarono quasi tutti i matematici successivi che scrissero le loro opere in lingua volgare.

Per questo motivo, abbiamo ritenuto di primaria importanza l'opera del Fibonacci, ne abbiamo esaminate alcune parti e descritto in ogni dettaglio gli algoritmi delle quattro operazioni, per evidenziare come, utilizzando i nuovi simboli, in sostituzione della scomoda numerazione romana additiva, queste operazioni, quando se ne è appreso l'algoritmo, diventano accessibili a tutti.

**Leonardo Pisano** fu Maestro d'abaco del Comune di Pisa, come risulta da una delibera che si trova nel *Constitutum pisanum legis et usus*, conservato all'Archivio di Stato di Pisa, che recita:

*Considerantes nostre civitatis et civium honorem atque profectum qui eis tam per doctrinam quam per sedula obsequia discreti et sapientis viri magistri Leonardi bigolli in abbacandis estimationibus et rationibus civitatis eiusque officialium et alii quoties expedit conferuntur ut eidem Leonardo merito dilectionis et gratie atque scientie sue prerogativa in recompensatione laboris sui quem sustinet in audiendis et consolidantis estimationibus et rationibus supradictis a comuni et camerariis publicis de comuni et pro comuni mercede sive salario suo annis singulis libre XX denariorum et amisceria consueta dari debeant ipseque pisano comuni et suis officialibus in abbacatione de cetero more solito servat presenti constitutione firmamus* (Considerando l'onore e il profitto della nostra città e dei cittadini, che derivano loro dalla dottrina e dai diligenti servigi del discreto e sapiente maestro *Leonardo Bigollo* nelle stime e ragioni d'abaco necessarie alla città e ai suoi funzionari, e in altre cose quando occorre, deliberiamo col presente atto che allo stesso Leonardo, per la sua dedizione e scienza e in ricompensa del lavoro che sostiene per studiare e determinare le stime e le ragioni sopraddette, vengano assegnate dal comune e dal tesoro pubblico venti lire a titolo di mercede o salario annuo, oltre ai consueti benefici, e che inoltre lo stesso [Leonardo] serva come al solito il comune pisano e i suoi funzionari nelle pratiche d'abaco) (Enrico Giusti, *Leonardo Fibonacci e la rinascita della matematica in Occidente*).

Dopo l'esposizione dell'opera del pisano, siamo passati alle opere dei matematici più rappresentativi vissuti tra il XIII e XVII secolo.

Importante è il manuale *Larte de Labbacho* o *Aritmetica di Treviso*. Si tratta del primo libro di matematica (composto da 62 pagine non numerate), pubblicato subito dopo l'invenzione della stampa a caratteri mobili (1478), di autore anonimo e scritto in volgare veneziano; non è diviso in capitoli come il *Liber*

*Abaci* e non ha un indice. In esso è descritta, per la prima volta, la tavola con cui si indicano i risultati delle moltiplicazioni «da 1 fia 1, a 1 fia 9; da 1 fia 10 a 9 fia 10; da 1 fia 100 a 9 fia 100» e le quattro operazioni hanno «...uno suo speciale articolo, zoe: et, de, fia, in», corrispondenti rispettivamente, all'addizione, sottrazione, moltiplicazione e divisione.

Dopo l'invenzione della stampa a caratteri mobili, in breve tempo si determinò una rapida diffusione dei più importanti testi di matematica, tra questi occupa un posto di rilievo la *Summa De Arithmetica, Geometria, Proportioni et Proportionalità* di Luca Pacioli, scritta in volgare: «[...] in vernacula lingua mi son messo a disporla. In modo che litterati e vulgari oltre l'utile ne hanno grandissimo piacere in essa esercitandose».

È importante la chiarezza espositiva di quest'opera e, per ciò che riguarda le quattro operazioni, si nota una meticolosa scelta degli esempi graduati per difficoltà crescenti.

G.T. Bagni scrive: «[...] L'impostazione didattica appare chiara: i numerosi esempi sono adeguatamente calibrati per difficoltà» (G.T. Bagni, *L'arte de L'abacho e la Matematica Medievale*. Ateneo di Treviso, 2001-2002, p. 2).

Il Pacioli è anche uno dei pochi autori che indica la fonte da cui ha attinto parte del suo lavoro, anche se l'indicazione è solo un accenno storico; nomina Euclide, Severino Boezio, Leonardo Pisano, Giordano Biagio da Parma, Sacrobosco «[...] dai quali in maggior parte cavo el presente volume».

Per quanto riguarda la sottrazione notiamo che nell'eseguire l'operazione si serve dello stesso algoritmo applicato nell'aritmetica di Treviso, ma espone anche esempi in cui esegue l'operazione con la "presa in prestito".

È interessante *L'Aritmetica Mercantile di Pietro Borghi da Venezia*, scritta in un italiano lagunare ad uso «... di qualunque giovinetto dedito alla merchantia».

Si nota nel testo che l'Autore, per facilitarne l'apprendimento mnemonico, ricorre ad un artificio: le regole sono enunciate in modo sintetico ma completate da numerosi problemi riguardanti le varie attività commerciali che lui evidentemente conosceva molto bene. Però, data la natura della nostra ricerca, nel lavoro non abbiamo esposto questi problemi.

Abbiamo preso in esame anche le opere scritte da matematici appartenenti ad ordini religiosi (Francescani, Gesuiti, Agostiniani, Cappuccini, Carmelitani, Scuole Pie), a conferma del fatto che nel XVI e XVII secolo essi rappresentavano l'80% degli insegnanti di matematica. Tra questi, oltre al Pacioli già menzionato, **Cristoforo Clavio**, della Compagnia di Gesù, che nella sua *Aritmetica Pratica*, scritta in latino, espone le quattro operazioni servendosi di numerosi esempi presentati con grado di difficoltà crescente. L'Autore ha rivolto particolare attenzione alla divisione a galea o battello, descrivendola, non solo in maniera dettagliata,

ma curando anche i casi in cui esistono delle particolari difficoltà nel calcolare i quozienti parziali. In particolare: «Quando per il Quotiente è pigliata una figura troppo piccola, ò grande che cosa si debba fare». Infine, nella nostra ricerca, abbiamo messo in evidenza tutti gli accorgimenti metodologici utilizzati dai matematici e maestri d'abaco presi in esame, per rendere più semplice e accessibile la materia costituita dai numeri e dalle quattro operazioni.

Concludiamo dicendo che quanto abbiamo scritto rappresenta una piccola antologia di documenti matematici, che può essere usata per una prima incompleta conoscenza del mondo della matematica insegnata nel Medioevo e nel Rinascimento, ma soprattutto il punto di partenza per introdurre indagini più approfondite. Il nostro lavoro è stato costruito nella maniera più semplice in modo che il contenuto sia facilmente inteso anche da chi ha una preparazione non superiore a quella che si ottiene frequentando le scuole medie. Pertanto ci riteniamo soddisfatti se la sua lettura contribuirà a convincere i giovani (molto spesso ingannati da false difficoltà che s'incontrano nello studio della matematica) che senza la sua conoscenza, come afferma Cristoforo Clavio, «... che chi levasse dal mondo l'Aritmetica, leverebbe insieme ancora & ogni prudenza, & ogni umanità, non si potendo conservare senza quella ne le cose pubbliche, ne le private; anzi tutte l'altre scienze sono talmente fondate nell'Aritmetica, che non par che questa possa cadere, senza che quelle dalla sua rovina non restino gravemente dannificate & guaste...» cioè, senza l'aritmetica, nulla si può realizzare in una società moderna.

Settembre 2014  
*Nicola Borgia*

## Ringraziamenti

Desidero esprimere un affettuoso ringraziamento all'amico Gennaro Giannuzzi, professore emerito dell'Accademia Navale di Livorno, per i suoi preziosi suggerimenti ed il suo generoso aiuto.

Un particolare ringraziamento unitamente ad una sincera e profonda gratitudine al Dottor Paolo Bussotti, storico della matematica, per l'attenzione e lo scrupolo con cui ha letto il mio lavoro e per gli indispensabili consigli ed indicazioni in tutte le fasi della realizzazione del testo.

# Indice

Prefazione	3
Introduzione	19
1. Numerazione Indo-Arabica	25
2. Del Sommare	39
3. Del Sottrarre	99
4. Del Moltiplicare	133
5. Divisione	203
Bibliografia	265

Edizioni ETS  
Piazza Carrara, 16-19, I-56126 Pisa  
[info@edizioniets.com](mailto:info@edizioniets.com) - [www.edizioniets.com](http://www.edizioniets.com)  
Finito di stampare nel mese di gennaio 2015