

# LA MATEMATICA DELLE DECISIONI

- *Sistemi elettorali, giochi e volontà popolare* -

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>7</b>
1.1	I quaderni della Settimana Matematica . . . . .	7
1.2	La matematica delle decisioni . . . . .	11
1.3	I percorsi possibili . . . . .	13
<b>2</b>	<b>La scelta tra più alternative e la volontà popolare</b>	<b>17</b>
2.1	Come scegliere? . . . . .	17
2.1.1	Il potere al caso . . . . .	17
2.1.2	Decido io! . . . . .	19
2.1.3	Il peso degli elettori . . . . .	19
2.1.4	La volontà popolare . . . . .	20
2.2	Un problema a tre alternative: la gita . . . . .	22
2.2.1	Quale maggioranza? . . . . .	23
2.2.2	Senza capo né coda . . . . .	24
2.2.3	Prima io! . . . . .	27
2.2.4	Hit Parade . . . . .	30
2.3	Impossibilità di un sistema democratico . . . . .	36
2.4	Una vera elezione in classe: i rappresentanti . . . . .	41
2.4.1	Tutti, tanti, troppi? . . . . .	42
2.4.2	Politica di classe . . . . .	44
2.4.3	Alla ricerca della proporzione perfetta . . . . .	47
2.4.4	La legge attuale . . . . .	48
2.5	Approfondimenti . . . . .	51
2.5.1	Il teorema di May . . . . .	51
2.5.2	Il dilemma del prigioniero . . . . .	53

2.5.3	Il paradosso di Sen . . . . .	58
2.5.4	La divisibilità . . . . .	60
<b>3</b>	<b>Paradossi della volontà popolare</b>	<b>65</b>
3.1	Le definizioni ed il sistema elettorale “buono” . . . . .	66
3.2	Governabilità e rappresentatività . . . . .	68
3.3	Scelta tra due alternative . . . . .	72
3.3.1	Il paradosso del gelataio . . . . .	73
3.4	Scelta tra più di due alternative . . . . .	75
3.4.1	Metodo di Condorcet . . . . .	75
3.4.2	Eliminazione diretta . . . . .	81
3.4.3	Conteggio di Borda . . . . .	84
3.4.4	Maggioranza semplice . . . . .	91
3.4.5	Doppio Turno . . . . .	94
3.5	Esercizi finali . . . . .	96
<b>4</b>	<b>Il teorema di Arrow</b>	<b>99</b>
4.1	Problema generale . . . . .	100
4.2	Completezza . . . . .	101
4.3	Indipendenza delle alternative irrilevanti . . . . .	101
4.4	Sovranità dei cittadini . . . . .	102
4.5	Correlazione positiva o Unanimità . . . . .	103
4.6	Assenza di dittatori . . . . .	104
4.7	Teorema di Arrow . . . . .	105
4.8	Altre proprietà . . . . .	108
4.8.1	Simmetria . . . . .	108
4.8.2	Monotonia rispetto ai voti . . . . .	109
4.8.3	Monotonia rispetto ai seggi . . . . .	109
4.8.4	Maggioranza . . . . .	109
4.8.5	Superadditività . . . . .	110
4.8.6	Consistenza . . . . .	110
4.9	Proprietà riguardanti i seggi nel sistema proporzionale . . . . .	111
4.9.1	Proprietà dell'Hare minimum . . . . .	111
4.9.2	Proprietà dell'Hare maximum . . . . .	112

---

4.9.3	Proprietà del Droop minimum . . . . .	112
4.10	Relazioni tra le proprietà . . . . .	113
4.11	Appendice: dimostrazione del teorema di Arrow . . . . .	126
<b>5</b>	<b>Proporzionale o maggioritario?</b>	<b>137</b>
5.1	Sistemi elettorali . . . . .	138
5.2	Proporzionale . . . . .	140
5.2.1	Proporzionale puro . . . . .	143
5.2.2	Proporzionale puro con quota Droop . . . . .	149
5.2.3	Proporzionale corretto con metodo D'Hondt . . . . .	155
5.2.4	Proporzionale corretto con quota . . . . .	159
5.3	Maggioritario . . . . .	163
5.4	Sistema Misto . . . . .	168
5.5	Esercizi finali . . . . .	170
	<b>Bibliografia</b>	<b>173</b>